Mérési jegyzőkönyv:

Compton-szórás

Rakyta Péter

mérőtársak: Mezei Márk és Pósfai Márton

mérés időpontja: 2007. május 17.
leadás időpontja: 2007. május 30.

Mérésvezető:
Csanád Máté

1. Bevezetés

Az atommag különböző átalakulási folyamatai során keletkező γ-fotonok háromféle módon tudnak az anyag elektronjaival kölcsönhatni: vagy kilökik az elektront az atomból a fotoeffektus során, vagy a környező elektromos teret felhasználva létrehoznak egy elektron-pozitron párt, vagy pedig rugalmatlanul szórást szenvednek. A mérés célja ezen utóbbi jelenség, az ún. Compton-effktus vizsgálata volt.

Egy szóródott foton hullámszámvektora, s így a frekvenciája is megváltozik az elektronnak átadott impulzus és energia miatt. Egyszerű elméleti megfontolások alapján az új frekvenciát a

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \gamma(1 - \cos\vartheta)} \tag{1}$$

képlettel írhatjuk le, ahol a dimenziótlan γ paraméter nem más, mint a foton kezdeti, és az elektron nyugalmi energiájának a hányadosa, azaz $\gamma = \frac{h\nu}{mc^2}$. Ha kicsi a foton energiája, a frekvencia relatív megváltozása is elhanyagolható, ez esetben a klasszikus sugárzási képet, azaz az elektromágneses sugárzás Thomson-szórását kapjuk vissza, melynek szögeloszlása a különböző polarizációkra átlagolt esetben

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r^2 \frac{1 + \cos^2\vartheta}{2}, \tag{2}$$

ahol r a klasszikus elektronsugár. A kvantumelméleti számolások szerint a differenciális hatáskeresztmetszet véges energiájú fotonokra a Klein-Nishina képlettel írható le:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r^2 \frac{1 + \cos^2\vartheta}{2} \frac{1}{(1 + \gamma(1 - \cos\vartheta))^2} \left(1 + \frac{\gamma^2(1 - \cos\vartheta)^2}{(1 + \cos^2\vartheta)(1 + \gamma(1 - \cos\vartheta))}\right) \tag{3}$$

A mérés célja a kvalitatív vizsgálódásokon és a mért spektrumok értelmezésén kívül az (1) és a (3) képleteknek a kísérlettel törénő összehasonlítása volt. Mielőtt azonban belekezdenénk a mérés kiértékelésébe, elvégzünk néhány érdekes számolást a használt eszközök sugárzásának becslésésre. Információink szerint 1963. április 19-én az a ^{137}Cs forrás aktivitása $A_0 = 486,55$ MBq volt. A forrás felezési ideje $T = 30,17$ yr. Azóta eltelt 44 év 28 nap, meg a szökőévek miatt további 10 nap. Ebből kiszámolható a forrás aktivitása napjainkban:

$$A = A_0 \cdot e^{-t/T \ln 2} = 176,6 \text{ MBq}. \tag{4}$$

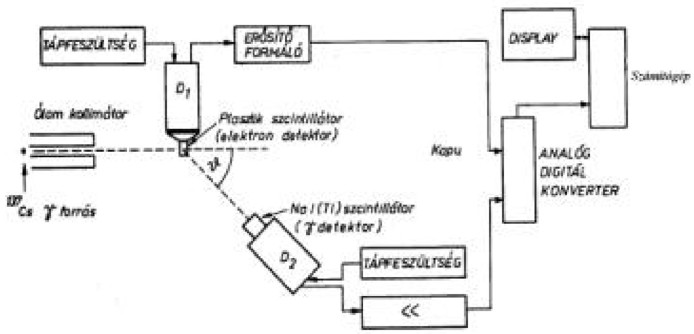
Érdekes kérdés, hogy lenyelve a forrást (feltételeve, hogy az egész sugárzást 10 kg szövet nyeli el), mennyi idő alatt érne minket az egy éves természetes sugárzásnak megfelelő 3 mSv sugárterhelés. Ezt az időt az alábbi egyszerű összefüggéssel határozhatjuk meg:

$$t = \frac{3 \text{ mSv}}{176,6 \text{ MBq} \cdot 662 \text{ keV}} \approx 1600 \text{ s} . \tag{5}$$

Ez lényegében csak fél órának felel meg!

2. Mérési elrendezés

A mérési berendezés a ^{137}Cs sugárforrásból, a szórócentrum elektronokat tartalmazó mintából, illetve az elektron- és γ-detekorokból áll: A minta egy plasztik szcintillátor volt, amely tehát egyben az elektrondetektor funkcióját is betöltötte. Egy forgatható karon helyezkedett el a szórt fotonok érzékelésére szolgáló második szcintillátor. (1. ábra) A mért adatokat egy sokcsatornás analizátor továbbította a számítógépnek, ahol azokat a megfelelő mérőprogrammal lehetett feldolgozni. A Compton szórásért felelős ipulzusokat koincidencia üzemmódban (elektron és foton koincidenciája) lehetett beazonosítani. A berendezés geomergeometriai adatainak ismeretében



1. ábra. A mérési elrendezés

megbecsülhetjük a mintán áthaladó részecske ármasűrűséget. (Az adatokat a jegyzőkönyv utolsó fejezetében összesítettem.), Nagyon vékony forrás esetén:

$$J = A \cdot \frac{1}{2} \frac{d^2}{H^2} \frac{\pi (d/2)^2}{4\pi L^2} \approx 5800 \ \frac{1}{\mathrm{s\ cm^2}} \tag{6}$$

A mérés során 64 csatornával, és nagyjából 10 perces élőidővel dolgoztunk. A mérés megkezdése előtti első lépésként az energiaskála kalibrálására volt szükség, amelyet a 0° és 5°-hoz tartozó spektrum felvételével tehettünk meg, természetesen a koincidencia módot kikapcsolva. (A 0° -os spektrumból a 662 keV-es direkt fotonokat; az 5°-os spektrumból pedig az árnyékolás miatt használt ólom K_α vonalát használtuk.) Az egyes csúcsokra Gauss-görbéket illesztve meghatározhatjuk a csúcsok legvalószínűbb helyét. (Az illesztett Gauss-görbékhez minden esetben hozzáadtam egy lineáris tagot is, mely várhatóan az elkenődött parazitaeffektusokat szűrte ki és kiegyenesítette az alapvonalat.) Az illesztéseket 2. ábra szemlélteti. Az energia és a csatornaszám közötti kapcsolatot egy lineáris összefüggéssel vesszük figyelembe:

$$E = m\,x + b\ , \tag{7}$$

ahol x a csatornaszám, E az energia, m és b pedig a meghatározandó konstansok. A két kalibrációs pont segítségével:

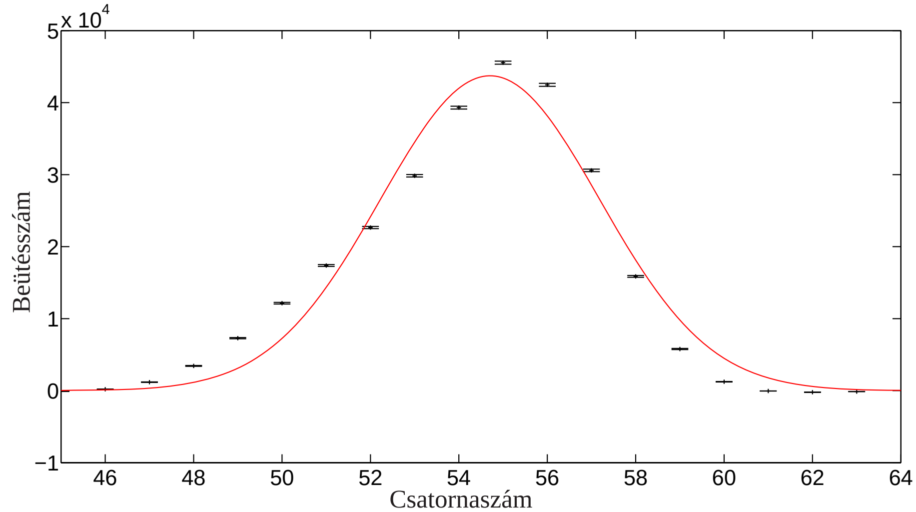
$$m = \frac{E_1 - E_2}{x_1 - x_2} \qquad\qquad b = \frac{E_2 x_1 - e_1 x_2}{x_1 - x_2} \tag{8}$$

A mennyiségek hibáját (most és a továbbiakban is) a hibaterjedés általános szabályával lehet számolni:

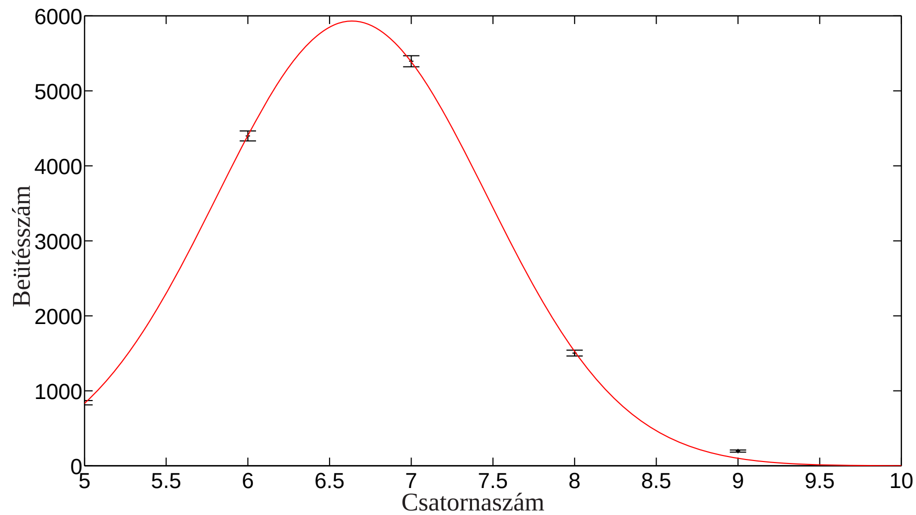
$$\Delta f = \sqrt{\left|\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right|^2 + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right|^2}. \tag{9}$$

Az így számolt paraméterek:

$$m = (12,21 \pm 0,05)\ \mathrm{keV} \qquad \mathrm{b} = (-6,1 \pm 0,5)\ \mathrm{keV} \tag{10}$$



(a) A direkt fotonok által kiváltott csúcs.

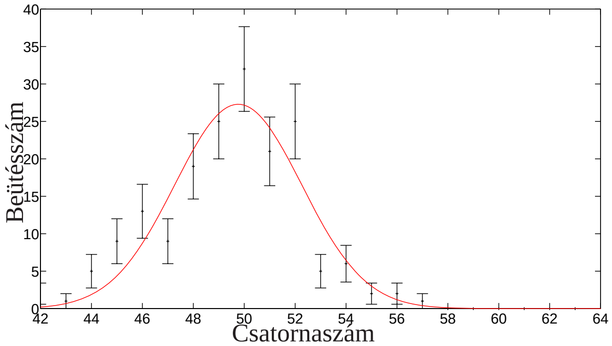


(b) Az ólom K_α vonala.

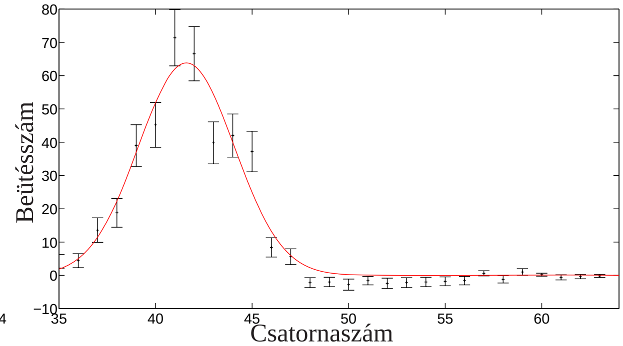
2. ábra. A kalibrációhoz használt csúcsok

3. A Comton-effektus kvantitatív vizsgálata

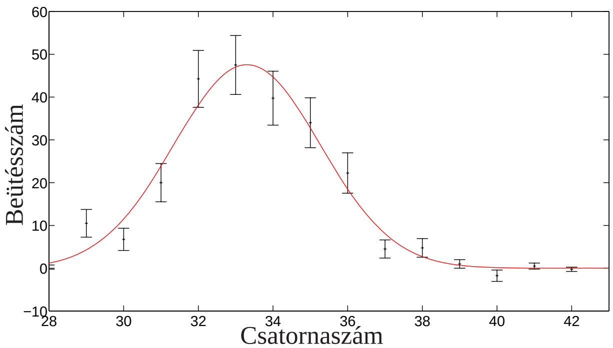
A spektrum jellegzetességeinek megértése és a mérőberendezés kalibrálása után megkezdhettük a Compton-effektus kvantitatív vizsgálatát is. 20°-onként mértünk, a 20° − 100° tartományban. (Nem lett volna érdemes a szórás nélkül átjutó fotonokat tartalmazó 0°-os irányhoz közel mérni.) Az összes mért spektrumban lévő csúcsra Gauss-görbét illesztettem. Az illesztéseket a 3. ábrán láthatóak. Az illesztési adatokat pedig az alábbi táblázat foglalja össze (a mennyiségeket csatornaszám dimenzióban):



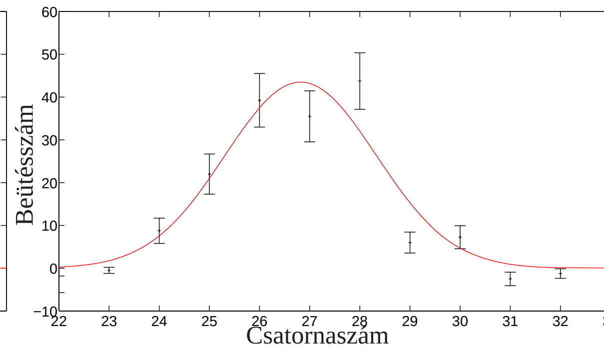
(a) 20°



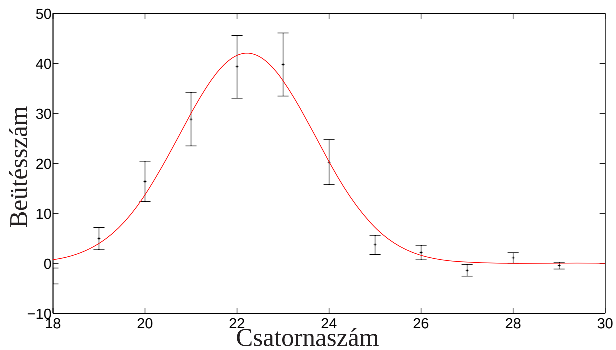
(b) 40°



(c) 60°



(d) 80°



(e) 100°

3. ábra. A csúcsokra illesztett Gauss-görbék

szög	**Amplitúdó** A	**szórás** σ	**csúcs** x_0
0°	43000 ± 4000	2.5 ± 0.2	54.7 ± 0.2
5°	5900 ± 200	0.83 ± 0.03	6.64 ± 0.03
20°	27 ± 4	2.5 ± 0.4	49.8 ± 0.4
40°	64 ± 6	2.5 ± 0.3	41.6 ± 0.3
60°	48 ± 5	2.0 ± 0.2	33.3 ± 0.2
80°	43 ± 10	1.5 ± 0.4	26.8 ± 0.4
100°	42 ± 4	1.5 ± 0.2	22.2 ± 0.2

Mivel koincidencia üzemmódban mértünk, sokkal kevesebb beütést tapasztaltunk, mint a kalibrációs spektrum felvételénél. Első feladatunk a Compton-szórást leíró összefüggés **??**compton) érvényességének vizsgálata volt: χ^2 próbával állapíthatjuk meg, hogy mekkora megbízhatósági szinten érvényes a képlet. Ismert összefüggés szerint:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\Delta y_i^2}, \tag{11}$$

ahol y_i a mérési pontjaink, Δy_i ezek statisztikus hibája és $f(x_i)$ az adott szögnél az elmélet által számolt érték. Felhasználva adatainkat $\chi^2 = 9,88$ adódott. Ennek alapján azt allíthatjuk, hogy az elméletünk 7,9% valószínűséggel jó, azaz nem cáfoltuk meg a Compton-szórást leíró összefüggést. A mérési pontjainkat befolyásolhatják különböző szisztematikus hibák is (a szögmérő elcsúszása, stb.) Ha ezeket is figyelembe vesszük jobban megbízhatunk a χ^2 próba eredményében. A szisztematikus hibát egy α illesztési paraméter bevezetésével vehetjük figyelembe:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{(y_i - f(x_i) - \alpha\delta y_i)^2}{\Delta y_i^2}\ , \tag{12}$$

ahol δy_i az egyes mért pontok szisztematikus hibája. Az elmélet szerint az α paramétert úgy választjuk meg, hogy χ^2 minimális legyen. Figyelembe kell venni a számolásoknál azt is, hogy ezzel az illesztéssel 1-gyel csökkent a szabadsági fokok száma, azaz n helyébe $n-1$-t kell írnunk. A minimális értéket $\alpha = -1.0$ értéke mellett veszi fel. Ekkor $\chi^2 = 7.49$ adódik. Így tehát a szisztematikus hiba figyelembevételével elméletünk teljesülésének valószínűsége 11.2%-ra nőtt. A próbával ugyanilyen módon meg is cáfolhatjuk a klasszikus elektrodinamikán alapuló elméletet, vagyis hogy a foton frekvenciája szóródáskor nem változik: $E = E_0 = 662$ keV konstans. Erre az elméletre $\chi^2 = 44777$ adódott és ez lényegében teljesen kizárja ezt az elméletet.

3.1. A Klein-Nishina-formula vizsgálata

A szögeloszlás kiértékeléséhez a fotonok detektálási hatásfokát is figyelembe kell venni. Ezt egy ismert

$$\eta = a_1 e^{-a_2 \cdot E} + a_3 + a_4 \cdot E \tag{13}$$

alakú görbe írja le. A detektor helyén a γ-fotonok intenzitását az alábbi összefüggés írja le:

$$I = \frac{N_m}{\eta \Delta t} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega \cdot J \cdot \varrho \cdot \frac{d}{M} \cdot N_A \cdot Z\ , \tag{14}$$

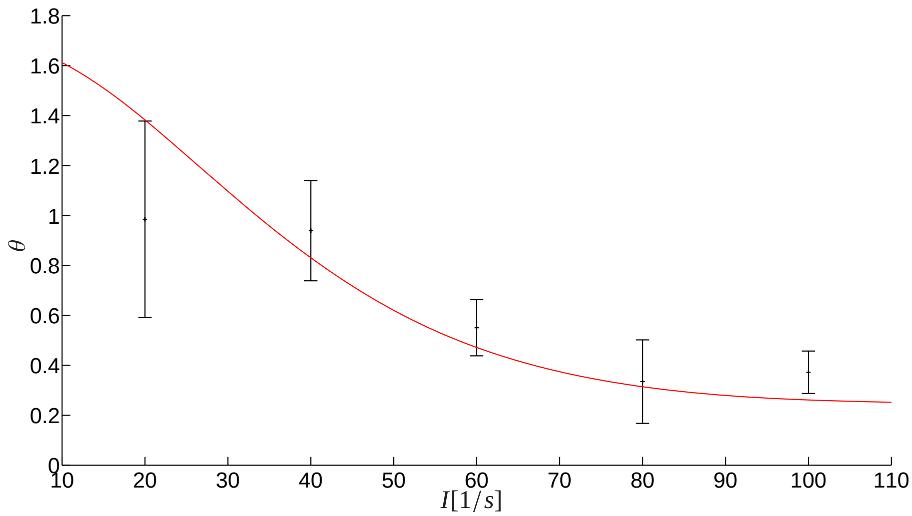
ahol N_m a detektált beütések száma, η a detektor hatásfoka, J a fotonok áramerőssége a céltárgy helyén, ϱ a céltárgy sűrűsége, d a céltárgy vastagsága, M az őt alkotó atomok móltömege, Z rendszáma és N_A az Avogadro-szám. Az N_m beütésszámot az illesztett Gauss-görbék területéből határozhatjuk meg. Az értékeit az alábbi táblázat szemlélteti:

szög	Terület N_m	Intenzitás
20°	107	1.0 ± 0.4
40°	254	0.9 ± 0.2
60°	170	0.5 ± 0.1
80°	132	0.33 ± 0.17
100°	129	0.37 ± 0.09

A térszöget a megmért geometriai adatok alapján határozhatjuk meg:

$$\Delta\Omega = 4\pi\frac{D^2/4}{4l^2} \approx 0,0427\ . \qquad (15)$$

A mérés alatt megbeszéltek alapján a móltömeg (szén és hozzá átlagosan kötődő 2 hidrogén): $M = 14\cdot 10^{-3}\frac{g}{mol}$ és a rendszám pedig $Z = 8$. A képletekben az egyedüli ismeretlenként a sűrűség marad. Ezt egy illesztési paraméterként fogjuk a továbbiakban kezelni. Az ilyen módon meghatározható (lényegében csak a differenciális hatáskeresztmetszet) intenzitásokat a fenti táblázat tartalmazza. A (14) összefüggésre egy görbét illesztünk, melyben az illesztési paraméter $C = \Delta\Omega\cdot J\cdot\varrho\cdot\frac{d}{M}\cdot N_A\cdot Z$. Az illesztést a 4. ábra szemlélteti. Az illesztett érték: $C = 0.85\pm 0.25$. Ezzel



4. ábra. Az intenziásra illesztett függvény

az értékkel a χ^2 eloszlás értékére $\chi^2 = 4,39$ adódik. Ennek alapján az elméletünk kb. 36%-os valószínűséggel mondható helyesnek, vagyis most sem cáfoltuk meg. Az illesztésből számolt sűrűség:

$$\varrho = \frac{C}{\Delta\Omega\cdot J\cdot\varrho\cdot\frac{d}{M}\cdot N_A\cdot Z\cdot 2\pi r_0^2} \qquad \boxed{\varrho = 2200\pm 600\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} \qquad (16)$$

4. A mérőberendezés geometriája

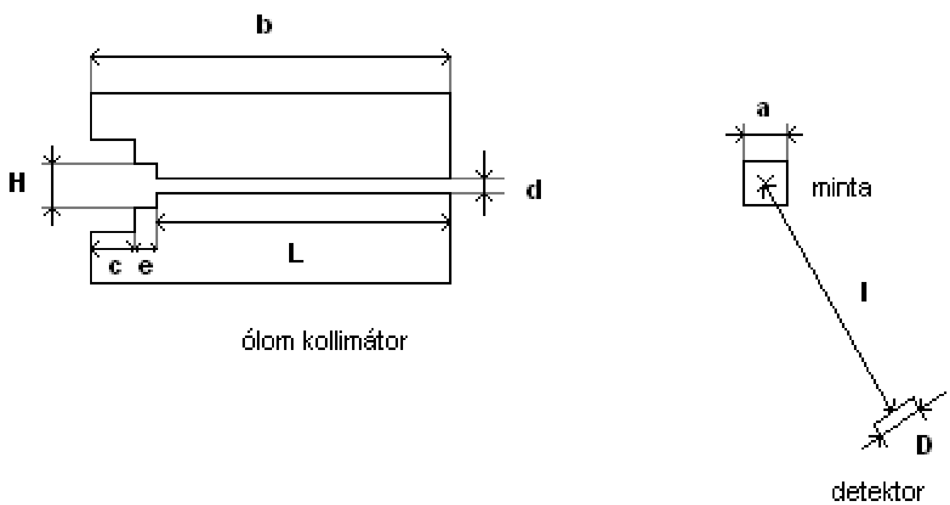
Végül összesítjük a mérési berendezés geometriájára vonatkozó adatokat: (5. ábra)

$$b = (17,2\pm 0,1)\ \mathrm{cm} \qquad \mathrm{c} = (2,3\pm 0,1)\ \mathrm{cm} \qquad \mathrm{H} = (1,0\pm 0,1)\ \mathrm{cm} \qquad \mathrm{d} = (0,6\pm 0,1)\ \mathrm{cm}$$

$$a = (1,5\pm 0,1)\ \mathrm{cm} \qquad \mathrm{l} = (19,3\pm 0,1)\ \mathrm{cm} \qquad \mathrm{D} = (4,5\pm 0,1)\ \mathrm{mm} \qquad (17)$$

Ezekből az adatokból:

$$L = b - c = (13,9\pm 0,2)\ \mathrm{cm} \qquad (18)$$



5. ábra. Az elnevezések