

1. Bevezetés

Az atom szerkezetét leíró Bohr-atommodell, habár mai ismereteink szerint már nem kielégítő, mégis nagyon sok jelenség leírására alkalmas. A modell egyik kísérleti alapja az atomok gerjesztési potenciáljának vizsgálata: A Bohr-féle atommodell alapján az atomok energianívói csak meghatározott értékűek lehetnek. Egy alacsonyabb állapotból a magasabb gerjesztési állapotba csak úgy kerülhet az atom, ha éppen a két állapotok közötti energiamennyiséget közlünk az atommal. Magasabb állapotból alacsonyabb állapotra kerülve az atom a két szint energiakülönbségével megegyező energiájú fotont bocsát ki, amit spektroszkópiai úton tudunk detektálni. A mérés célja épp a Bohr-modell igazolása volt az említett diszkrét energiaszintek különbségének megmérése. A mérőberendezés magját egy Franck-Hertz-cső képezte. Ez egy kis nyomású, gázzal töltött elektroncső, amelyben anód, katód, gyorsító rács és szívó rács is található. Az egyes elkozóelemek szerepe a berendezésben a következő: a Franck-Hertz-cső gyorsító rácsát a katódhoz képest pozitív feszültségre kötjük, a rácson áthaladó elektronokat a gyorsítórácshoz képest kissé negatív anód gyűjti össze. A katód közelében elhelyezett szívórác a kilépő elektronok által létrehozott tértöltést kompenzálja.

A mérés során egy neonnal illetve egy higanyal töltött csövet használtunk. A neoncső karakterisztikáját két zárófeszültség esetén is kimértük. A higanyal töltött csövet kályhával fűteni kellett, hogy a szobahőmérsékleten folyékony fémből higanygőzt kapjunk. A jegyzetben említett ionizációs cső nem állt rendelkezésünkre, ezért ezzel a csővel kapcsolatos feladatrészeket nem tudtuk elvégezni.

2. Mérései feladatok

1. Feladat.

A higanyatom átmérője: $R_0 = 1.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

A katód-gyorsítórács távolság: $d = 5 \text{ mm}$

Az elektronok mozgásához képest a gázmolekulák gyakorlatilag mozdulatlanoknak tekinthetők, ezért az elektronok átlagos szabad úthossza:

$$l = \frac{1}{n\pi (R_0/2)^2} \quad (1)$$

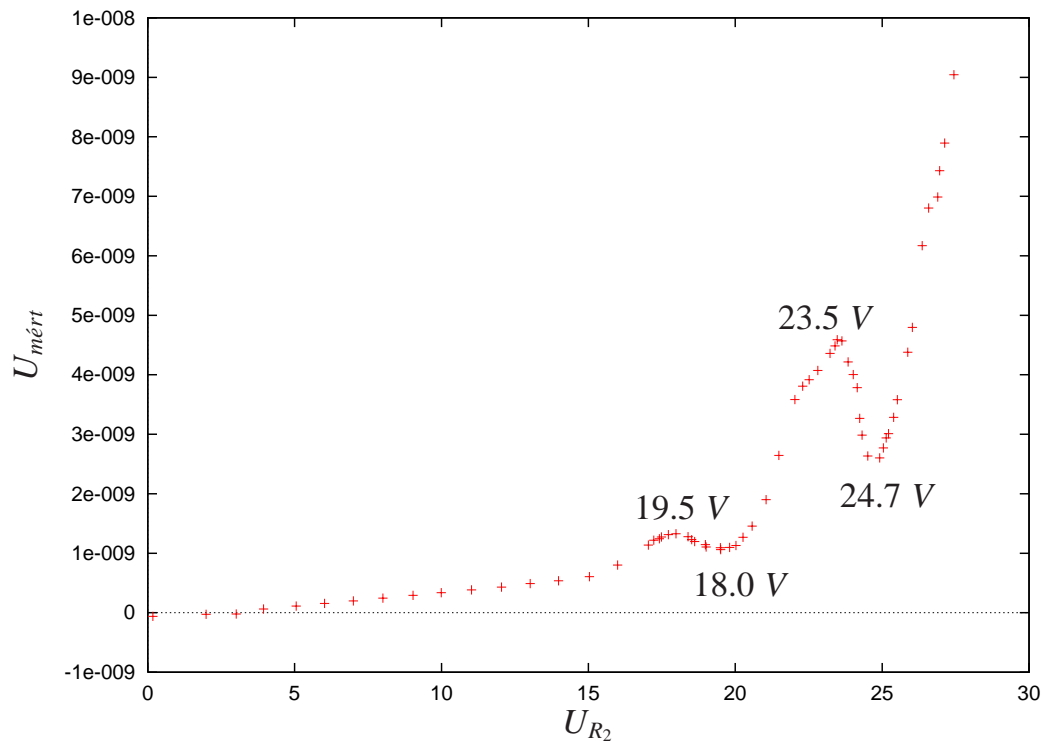
Az összefüggésben n a gázkoncentráció. Az ideális gáz állapotegyenletét felhasználva:

$$n = \frac{p}{kT} \quad (2)$$

A feladat szerint azokat a paramétereket keressük, melyekre: $l < d$ Rövid rendezéssel adódik az előző két egyenletből:

$$n = \frac{p}{kT} > \frac{1}{d\pi (R_0/2)^2} \quad (3)$$

1. ábra. A higanycső karakteristika: Az átvezetett árammal arányos feszültség a gyorsítórács feszültségének a függvényében

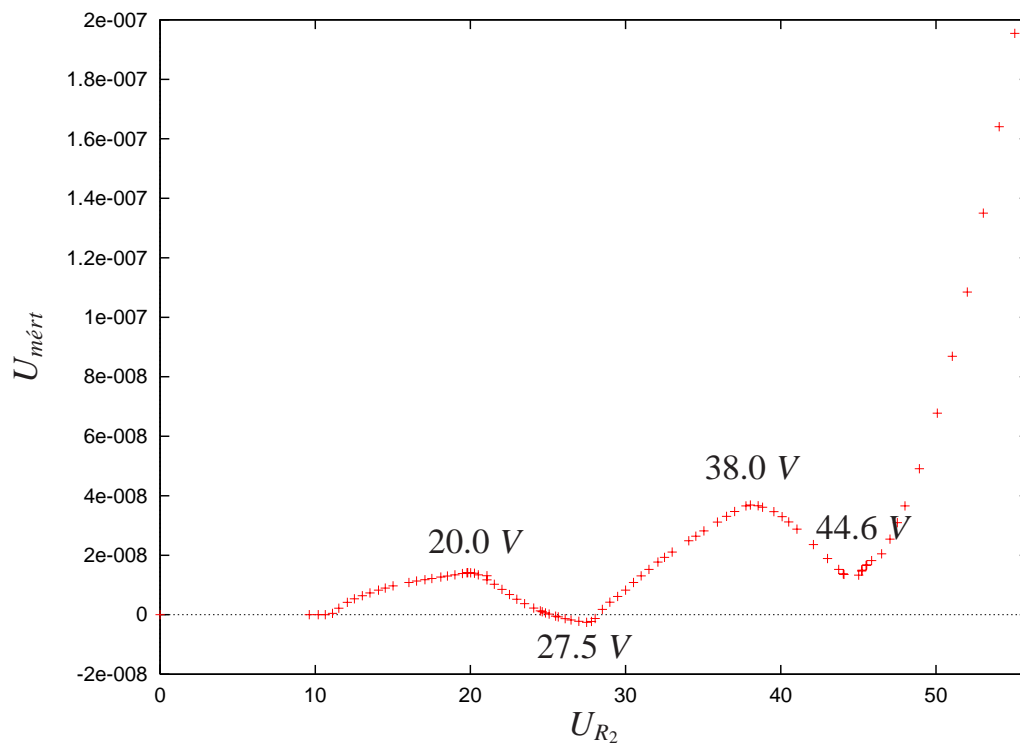


A jegyzetben megadott táblázat értékeinek megfelelően a fenti egyenlőtlenségből $T < 130 \text{ } ^\circ\text{C}$ adódik. Ekkora értékre az egyenlőtlenség két oldala közti eltérés csupán 1%-os. (A jegyzetben megadott - egynemű, egyensúlyi állapotban lévő gázta vonatkozó - szabadúthossz összefüggés szerint számolva a kritikus hőmérsékletre $T = 180 \text{ } ^\circ\text{C}$ jönne ki.) A mérés során a kaborvezető utasítását követve is pont ekkora hőmérséklet környékén dolgoztunk.

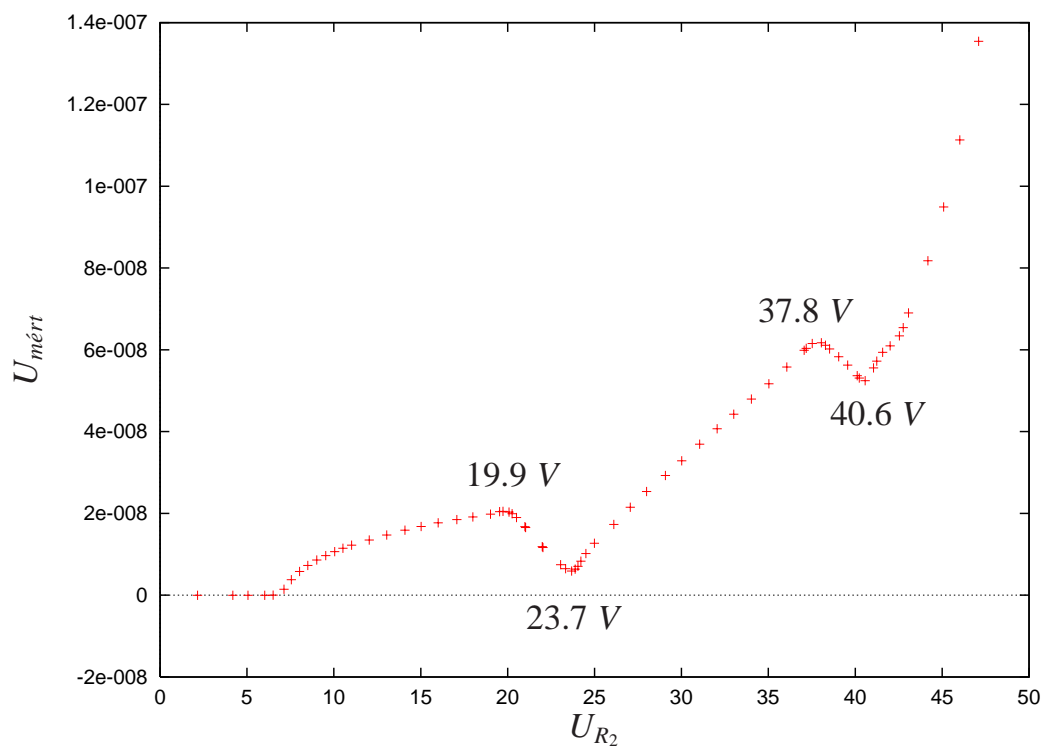
2. Feladat. A higanycső karakterisztikáját a jegyzetben leírtak alapján mértük ki. A mérés során a csövet $T \approx 137 \text{ } ^\circ\text{C}$ -os közelítőleg állandó hőmérsékleten tartottuk. A zárófeszültség értékét $U_z = -2.01 \text{ V}$ -ra, míg a szivórács potenciálját $U_{sz} = 2.14 \text{ V}$ -ra állítottuk be a katódhoz képest.

A mérés eredménye az 1. ábrán látható. A mért adatok hibáira a mérési pontok reprodukciójával próbáltunk becslést adni. Az így kapott átlagos eltérést $\Delta U = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ V}$ -nak találtuk.

2. ábra. A neoncső karakteristika: Az átvezetett árammal arányos feszültség a gyorsítórács feszültségének a függvényében a zárófeszültség $U_z^1 = -9.15 \text{ V}$ értéke mellett.



3. ábra. A neoncső karakteristika: Az átvezetett árammal arányos feszültség a gyorsítórács feszültségének a függvényében a zárófeszültség $U_z^2 = -5.54 \text{ V}$ értéke mellett.



3. Feladat. A neoncső karakterisztikáját a jegyzetben leírtak alapján, szobahőmérsékleten mértük ki. A karakterisztikát két zárófeszültség értéke mellett is megmértük: $U_z^1 = -9.15 \text{ V}$ és $U_z^2 = -5.54 \text{ V}$. A szívorács potenciálját mindkét esetben $U_{sz} = 5.02 \text{ V}$ -on tartottuk. A grafikonokat a 2. és 3. ábrák mutatják. A mért adatok hibáira a mérési pontok reprodukciójával próbáltunk becslést adni. Az így kapott átlagos eltérést $\Delta U = V$ -nak találtuk.

4. Feladat. Az egyes karakterisztikák maximum- és minimumhelyeit az alábbi táblázatok mutatják:

higanycső		neoncső U_z^1		neoncső U_z^2	
maximum [V]	minimum [V]	maximum [V]	minimum [V]	maximum [V]	minimum [V]
18.0 ± 0.4	19.5 ± 0.1	20.0 ± 0.2	27.5 ± 0.4	19.90 ± 0.15	23.70 ± 0.25
23.5 ± 0.3	24.70 ± 0.25	38.00 ± 0.35	44.6 ± 0.5	37.80 ± 0.25	40.6 ± 0.4

A szélsőértékek helyének hibáit neon és higany esetében is a legközelebbi szomszédok távolságának számtani középértékével becsülhetjük. A gerjesztési potenciált a maximum- és minimumhelyekhez tartozó feszültségek különbségei adják:

- **neonra:** $U_{gerj}^{neon} = (18.00 \pm 0.55) \text{ V}; (17.1 \pm 0.9) \text{ V}; (17.9 \pm 0.4) \text{ V}; (16.9 \pm 0.75); \text{ V};$
- **higanyra:** $U_{gerj}^{higany} = (5.5 \pm 0.7) \text{ V}; (5.2 \pm 0.35) \text{ V};$

A feszültségek különbségeinél a szélsőértékek hibáinak az összegét használjuk hibabecslésre. Így kapjuk meg a gerjesztési potenciálok hibáit.

A bemutatott ábrákról könnyen leolvashatjuk a kontaktpotenciálokat is az egyes esetekben: azt a feszültséget kell leolvasnunk, mely mellett a grafikon elválik az x tengelytől. Ebből a leolvasott értékből még le kell vonni a méréshez használt zárófeszültséget. Neon esetében $U_{kont}^1 \approx 1.5\text{V}$ -nak és $U_{kont}^2 \approx 0.96\text{V}$ -nak adódott a két zárófeszültség esetében. Higany esetében a kontaktpotenciál $U_{kont} \approx 1\text{V}$.

7. Feladat. A kibocsátott fotonok hullámhosszát nagyon egyszerű összefüggések figyelembevételével számolhatjuk ki:

$$Ue = hv \quad c = \lambda\nu \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{Ue}, \quad (4)$$

ahol h a Planck-állandó, e az elektron töltése, c pedig a fénysebesség. Neon esetében a hullámhosszak az előző feladatokban kapott eredményeket felhasználva:

- **neon:** $\lambda = (69 \pm 2) \text{ nm}; (73 \pm 4) \text{ nm}; (69 \pm 2) \text{ nm}; (73 \pm 3) \text{ nm};$
- **higany:** $\lambda = (225 \pm 25) \text{ nm}; (238 \pm 15) \text{ nm};$

A jegyzet szerint neon esetében a mért gerjesztési energiákhoz párosítható átmenetek: $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ az $U_g \approx 17\text{V}$ esetében és $^1S_0 \leftrightarrow ^3S_1$ az $U_g \approx 18\text{V}$ esetében. A megadott 3 energiaszint 3 energiatmenet jöhet létre. Az átmenetek során emittált fotonok hullámhossza:

- ${}^3S_1 \rightarrow {}^1S_0$ esetében: $\lambda = 68nm$
- ${}^1P_1 \rightarrow {}^1S_0$ esetében: $\lambda = 74nm$
- ${}^3S_1 \rightarrow {}^1P_1$ esetében: $\lambda = 821nm$

A higanyra vonatkozó energiaszintek adatait az Internetről töltöttük le[2]. Az adatok szerint a mérés során ${}^1S_0 \leftrightarrow {}^3P_2$ átmeneteket tapasztaltunk, bár ez ellentmond a Rydberg-Ritz -féle kombinációs elvnek. Megemlítjük azonban, hogy a megengedett ${}^1S_0 \leftrightarrow {}^3p_1$ átmenethez tartó potenciálkülönbség (4.9V) nem esik távol a mért értékeinktől. A letöltött táblázat szerinti adatoknak megfelelően a higany $\lambda = (230 \pm 30)nm$ hullámhosszú fotont bocsátott ki.

3. Kérdések

1. Kérdés. Egy atommal ütköző elektron energiavesztesége akkor maximális, ha az ütközés centrális, azaz $\theta = 180^\circ$ -ban szóródik az elektron. Ekkor az impulzusmegmaradás klasszikus képletéből:

$$p' = \frac{m_e - M}{m_e + M} p \quad (5)$$

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{p'}{p}\right)^2 = \left(\frac{m_e - M}{m_e + M}\right)^2 \quad \left(\approx 1 - 4\frac{m_e}{M}\right), \quad (6)$$

ahol p' és E' az ütközés utáni, p és E az ütközés előtti impulzus és energia, m_e az elektron, M az atom tömege. Behelyettesítve a megfelelő tömegeket (a pontos képletbe):

$$\frac{E'}{E_{Hg}} = 0.999890 \quad (7)$$

$$\frac{E'}{E_{Ne}} = 0.9999890. \quad (8)$$

Ezekből az atomokkal rugalmasan ütköző elektron energiavesztesége százalékban kifejezve:

$$0 \% < \epsilon_{Hg} \leq 0.011 \% \quad (9)$$

$$0 \% < \epsilon_{Ne} \leq 0.0011 \% . \quad (10)$$

2. Kérdés. Szobahőmérsékleten ($T = 20^\circ C$) az ideális gáz koncentrációja légköri nyomáson $n = \frac{p}{kT} = 2.50 \cdot 10^{25} \frac{darab}{m^3}$. A neoncsőben a szabad úthosszat a megfelelő koncentrációértéket és a megadott R_0 -t (1)-be helyettesítve kaphatjuk:

$$l = \frac{1}{3.14 \times 2.50 \cdot 10^{25} \times 0.25 \cdot 10^{-20}} = 5.084 \mu m. \quad (11)$$

3. Kérdés. Ezzel a mérési elrendezéssel azért nem tudunk magasabb gerjesztési potenciálokat mérni, mert hiába kapcsolnánk R_2 -re nagy gyorsítófeszültséget az elektronok nagy valószínűséggel több atomot gerjesztenének az első szintre, minthogy egyet gerjesztenek egy felsőbb szintre, mivel túl sok ütközés jön létre a gyorsítási szakasz alatt. Tehát az elektronok nagy része a gyorsítás során nem éri el a megfelelő sebességet (energiát) ahhoz, hogy egy atomot magasabb szintre gerjessen. Ezen a gyorsítási szakasz és az „ütközőtér” hosszarányának növelésével lehet választani, megfelelően a méretekhez igazítva a gázkoncentrációt is. Tehát két megoldás kínálkozik: vagy az anódot távolítjuk el R_2 -től messzire, és csökkentjük a koncentrációt, vagy a jelen elrendezés méreteit megtartva kisebb úton gyorsítjuk fel az elektronokat. Ez elviekben megoldható lenne az R_1 rács nagyfeszültségre kapcsolásával. Ilyen kísérletet először ... hajtottak végre.

4. Kérdés. Megoldásunkban azt tesszük föl, hogy a rugalmatlan ütközések ott jönnek létre, ahol az elektronok átlagosan elérik a gerjesztési energiának megfelelő kinetikus energiát. (Rugalmas ütközések bárhol végbemehetnek, ezek teljesen közömbösek a mérésünk szempontjából.) A feltétel az energiamegmaradás törvényéből:

$$n \cdot E_{gerj} = eU(r_n) \quad (12)$$

$$n \cdot U_{gerj} = U(r_n), \quad (13)$$

ahol n az ütközés sorszáma, r_n az n -dik ütközés helye, $U(r_n)$ pedig az a potenciálkülönbség, amelyet az elektron érez. Ennek a függvényalaknak a meghatározására rendükeltük tehát feladatunkat. (Hallgatólagosan feltesszük, hogy az ütközések $K - R_2$ szakaszon mennek végbe, ami azért jogos, mert az $R_2 - A$ távolságon csak lassulnak, tehát veszítenek energiájukból, amit leadhattak volna már korábban ütközéssel.)

Vegyük először a hengeres elrendezést a higanyos csőnél. Az elektrosztatikai Gauss-tételből könnyen látszik a térerősség $\frac{1}{r}$ -es távolsáüfüggése, így a potenciál:

$$U(r) = \frac{U_{max}}{\ln \left[\frac{r_{R_2}}{r_K} \right]} \cdot \ln \left[\frac{r}{r_K} \right]. \quad (14)$$

(Az egyenletben r_K a katód r_{R_2} a második rács sugara, U_{max} az R_2 rács potenciálja korrigálva a kontaktpotenciállal és a zárófeszültséggel.) Ebből egyszerű átalakítással adódnak az ütközések helyei (koaxiális hengerek sugarai):

$$r_n = r_K \cdot \exp \left[n \frac{U_{gerj}}{U_{max}} \cdot \ln \left[\frac{r_{R_2}}{r_K} \right] \right] = \exp \left[1.61n \frac{U_{gerj}}{U_{max}} \right] mm. \quad (15)$$

A síkelektrodák között a neonos csőnél lineárisan változik a potenciál (r a katódtól mért távolság):

$$U(r) = U_{max} \frac{r}{r_{R_2}}. \quad (16)$$

Ebből egyszerű átalakítással adódnak az ütközések helyei (párhuzamos síkok távolsága a katódtól):

$$r_n = 5n \frac{U_{gerj}}{U_{max}} mm. \quad (17)$$

Tehát megkaptuk az $r_n(U_{max})$ függvényeket mindkét elrendezésre.

5. Kérdés. Az elektronok átlagos kinetikus energiája a 2500 K hőmérsékletű katódból kilépve $E_0 = 2kT = 6.9 \cdot 10^{-19}\text{ J} = 0.43\text{ eV}$. Ez azt jelenti, hogy Maxwell-Boltzmann eloszlást feltételezve a különböző elektronok (például vizsgáljunk az eloszlás félértékénél egyik, illetve másik oldalon lévő elektront) úgy viselkednek mintha $\Delta U \approx 0.5\text{ V}$ -val különböző gyorsítófeszültséget érzékelnének. Ez nagyságrendileg 1-3%-os eltérés a gyorsítófeszültségben. Ez az effektus tehát elmosza 0.5 V -hoz mérhető félértékszélességgel a legrásokat.

6. Kérdés. Mivel az R_1 rács csak a tértöltés kompenzálására szolgál, és közel van a katódhoz, így az 5. Kérdés tárgyalásánál megállapított potenciálokkal számolhatunk. A két rács távolságát a katód- R_2 rács távolságával becsülhetjük: $L = 5\text{ mm}$. Az elektronok az ütközésig L_1 utat futnak be, az ütközés után pedig L_2 -t. Ezekre nyilván igaz: $L_1 + L_2 = L$. A neoncsőben a rácsok síkgeometriája miatt az elektromos térerősség homogénnek tekinthető, ezért az elektronok állandó gyorsulással mozognak. A megtett utakra így nagyon egyszerű összefüggés adódik:

$$L_1 = \frac{1}{2} \frac{eU_{max}}{Lm_e} t_1^2, \quad L_2 = \frac{1}{2} \frac{eU_{max}}{Lm_e} t_2^2. \quad (18)$$

Az elektronok akkor ütköznek először, ha energiájuk eléri a gerjesztési energiát: $U_{gerj} = \frac{L_1}{L} U_{max}$. Ebből és az $L_1 + L_2 = L$ feltételből könnyen kifejezhetjük a megtett távolságokat. Ekkor a rácsok között töltött idő:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{2U_{gerj}L^2\frac{m_e}{e}}}{U_{max}} + \frac{\sqrt{2(U_{max} - U_{gerj})L^2\frac{m_e}{e}}}{U_{max}} \quad (19)$$

Higanycső esetében bonyolultabbak a számolások, mivel a rácsok koaxiális henger elrendezésűek, és a térerősség nem állandó. Azonban nagyságrendben a neoncsővel azonos eredményt kell kapnunk.

A minimumhelyekhez tartozó áramértékek az elektroncső $U^{3/2}$ -os áramkarakterisztikája miatt növekszik. Enélkül a minimumhelyeken felvett értékek alig különböznenek nullától.

7. Kérdés. Az első minimumhely azért nem adja meg pontosan a gerjesztési energia értékét, mert az elektronoknak nem pusztán az elektromos potenciálkülönbségeket kell leküzdeniük, hanem az anód és a katód közti kontaktpotenciált is. Ez a tény természetesen nem befolyásolja a minimumhelyek különbségét, azaz a többi energianívó különbségét. (Lásd még a 4. Feladatot.)

Hivatkozások

[1] *Modern fizikai laboratórium*

[2] <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/> - *Basic Atomic Spectroscopic Data*