Mérési jegyzőkönyv:

Mikroszkóp vizsgálata
Lencse görbületi sugarának mérése
Folyadék törésmutatójának mérése

(hétfői csoport)

Rakyta Péter

2006. február 20.

1. Bevezetés

A mikroszkóp közeli, kisméretű tárgyak vagy tárgyrészletek szögnagyítására alkalmas, ezért használhatjuk szabad szemmel nem elemezhető jelenségek vizsgálatához. Jelen esetben a kitűzött mérési feladatok durván három részre bonthatóak:

- Megmérjük a rendelkezésünkre álló mikroszkóp főbb jellemzőit: *objektív nagyítása, objektív fókusztávolsága, numerikus apertúra*
- A megmért jellemzőket felhasználva megkíséreljük megmérni egy lencse görbületi sugarát.
- Folyadékok törésmutatóját mérjük Abbe-féle refraktométerrel.

A mérési módszerek a kiadott jegyzet [1] tárgyalásával megegyeznek, ezért nem fontos az elméleti számolások részletes bemutatása.

2. Az objektív nagyításának mérése

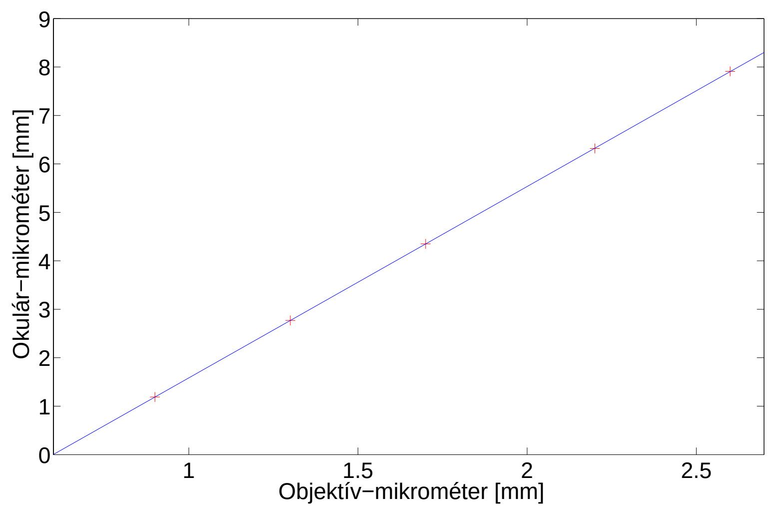
Az objektív nagyítása definíció szerint:

$$N_{ob} = \frac{K}{T} \qquad (1)$$

A mérés során hitelesített objektív-mikrométert (OBM) és okulár-mikrométert (OKM) használtam. Az OBM egy egyszerű üveglap, amely néhány mm hosszon $0,1\ mm$ legkisebb osztástávolságú vonalakat tartalmaz. Ezt az üveglapot használtam a mérés során mint a leképezés tárgyát. Az OKM hasonló funkciót lát el, csak éppen a mérésre tervezett okulár szerves részét képezi. A mikroszkóp használatakor a két mikrométer egyidejűleg van élesítve, így lehetőséget adva méreteik összehasonlításra. Ilyen módon a nagyítás könnyen mérhető: Leolvassuk az OBM pár beosztását és a nekik megfelelő OKM beosztásait. Az egyes beosztások különbsége megfelel az (1) képletében szereplő K és T mennyiségeknek. Tehát ha ábrázoljuk az OBM beosztásait az OKM beosztásainak a függvényeként, egy egyenest kellene kapnunk, melynek meredeksége épp a nagyítást adja. A mért értékek az alábbi táblázatban szerepelnek:

1. objektív		2. objektív		3. objektív	
OBM /*mm*	OKM /*mm*	OBM /*mm*	OKM /*mm*	OBM /*mm*	OKM /*mm*
0.9	1.19	6.2	1.24	0.9	0.76
1.3	2.77	6.5	3.435	1.3	2.28
1.7	4.35	6.7	4.90	1.6	3.39
2.2	6.32	6.9	6.35	2.0	4.91
2.6	7.91	7.1	7.83	2.4	6.41

1. ábra. : Az 1. objektív nagyításának meghatározása egyenes illesztésével. A többi objektítvre hasonló ábrákat kapunk.



Az adatok leolvasásából származó hiba 0.05 *mm* OBM esetén és 0.005 *mm* OKM esetén. Az 1. ábráról jól látszik, hogy ebből származtatható a meredekség (nagyítás) statisztikus hibája.
A számolásokat mindhárom objektívre analóg módon elvégezhetjük. Az eredmények:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{1. objektív:} & N = 3.951 \pm 0.009 \\ \text{2. objektív:} & N = 7.32 \pm 0.03 \\ \text{3. objektív:} & N = 3.77 \pm 0.02 \end{array}}$$

3. Az objektív fókusztávolságának mérése

A jegyzetben [1] leírtak alapján nem lehet megmérni a fókusztávolságot egyetlen tubussal. (ugyanis nem tudjuk a tubus ,,effektív,, hosszát) Kettő tubus viszont már elegendő. Megmutatható ugyanis, hogy ha ismerjük a két tubus hosszának a különbségét ($\Delta = \Delta_2 - \Delta_1$), valamint a hosszakhoz tartozó nagyítások különbségét, akkor az objektív fókusztávolsága:

$$f = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{N_2 - N_1} = \frac{\Delta}{N_2 - N_1} \tag{2}$$

Mivel a nagyításra vonatkozó egy méréssorozatunk már van, elég megmérnünk csak egy (az előzőtől különböző hosszú) tubushoz tartozó nagyítást teljesen analóg módon. A tubushossz megváltoztatását egy szabvány 4 *cm*-es hosszabbítóval értem el. ($\Delta = 4.cm$) A nagyításra vonatkozó méréssorozatot az alábbi táblázat mutatja:

1. objektív		**2. objektív**	
OBM /*mm*	OKM /*mm*	OBM /*mm*	OKM /*mm*
0.9	3.88	0.7	2.02
1.3	5.92	0.8	2.91
1.5	6.95	1.0	4.69
1.7	7.97	1.2	6.47
0.4	1.33	1.3	7.365

A 2. fejezet számolásait analóg módon követve az objektívek nagyítása:

$$\begin{aligned} &\text{1. objektív:} \quad N = 5.11 \pm 0.01 \\ &\text{2. objektív:} \quad N = 8.91 \pm 0.01 \end{aligned}$$

Így (2) alapján:

$$\overline{f_1} = 3.45\ cm$$
$$\overline{f_2} = 2.52\ cm$$

A fókusztávolság relatív hibája a nagyításkülönbség és a tubushosszkülönbség relatív hibáinak az összege lesz. Ez utóbbi viszont elhanyagolhatóan kicsi. Elvégezve a számolásokat:

1. objektív	$f_1 = (3.45 \pm 0.06)\ cm$
2. objektív	$f_2 = (2.52 \pm 0.06)\ cm$

4. A numerikus apertúra meghatározása

Az Abbe-leképezési elmélet szerint a mikroszkópban a tárgy d távolságra lévő részei akkor különböztethetők meg, ha a tárgyon szóródó megvilágítás elhajlási rendjei közül, az elhajlást nem szenvedő direkt sugáron kívül, legalább az első rend is részt vesz a képalkotásban. Ez (a rácson való elhajlást alapul véve) az objektív lencse $2u$ nyílásszögére vonatkozóan azt jelenti, hogy a legkisebb d távolság, amit az objektív lencse fel tud bontani:

$$d = \frac{\lambda}{n \sin u} \tag{3}$$

ahol λ a megvilágító fény hullámhossza, n a tárgy és az objektív közötti közeg törésmutatója, u pedig az objektívre eső fénnyaláb félnyílásszöge. A kifejezésben szereplő $A = n \sin u$ mennyiséget *numerikus apertúrának* nevezik. Ezt az alábbi módon tudtam megmérni:
A tárgyasztalra egy h magas hasábot, rá pedig egy zsilettpengét helyeztem, majd pedig a penge élére élesítettem. Ezután kivettem a penge alól a hasábot és az okulár helyébe egy lyukblendéd helyeztem. A jegyzet [1] szerint dolgozva, most annak a szakasznak (a) a mérése következik, amely összeköti a penge éppen felbukkanó és a fény útját éppen teljesen eltakaró helyzetét. Összesen két hasábbal mértem. A vastagságuk sajnos kicsit helyfüggő volt, de mikrométerrel több helyen is megmértem őket. A mért adatok:

$h = (12.22 \pm 0.03)\ mm$	$a = (2.5 \pm 0.1)\ mm$	$u = 5.841^0$
$h = (20.7 \pm 0.1)\ mm$	$a = (4.4 \pm 0.1)\ mm$	$u = 6.067^0$

A hibaszámítás szabályai szerint:

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial s}\Delta s + \frac{\partial u}{\partial h}\Delta s \tag{4}$$

Mivel:

$$u = \operatorname{atan}\frac{a}{2h} \tag{5}$$

ezért:

$$\Delta u = \left(\frac{d}{dx}\operatorname{atan} x\right)\Delta x = \frac{1}{1+x^2}\Delta x \qquad x = \frac{a}{2h} \tag{6}$$

Ebből rövid számolással:

$$u_1 = (5.8 \pm 0.2)^0$$
$$u_2 = (6.1 \pm 0.1)^0$$

Ekkor az egyes numerikus apertúrák: (A hibáját hasonló differenciálszámításos módszerrel határozzuk meg):

$$A_1 = 0.102 \pm 0.004 \qquad A_2 = 0.106 \pm 0.002$$

$$\boxed{A = 0.104 \pm 0.004} \tag{7}$$

5. Lencse görbületi sugarának mérése Newton-gyűrűkkel

5.1. Domború lencse görbületi sugarának mérése

A mérés elrendezése a következő: a vizsgálandó gömbfelületre átlátszó sík üveglemezt helyeztem, és az egészet a mikroszkóp tárgyasztalára tettem. Féláteresztő tükröt használtam ahhoz, hogy meg tudjam felülről világítani az üveglemezt és egyidejűleg meg is tudjam figyelni a kialakuló Newton-gyűrűket. A sötét gyűrűket vizsgáltam a mérés során. A k. gyűrű sugara (r_k) az alábbi összefüggést elégíti ki:

$$r_k^2 = k\lambda R + kons \tag{8}$$

ahol λ a mérésben használt monokromatikus fény hullámhossza ($\lambda = 589\ nm$), R pedig a keresett görbületi sugár. Mivel a síklemez és a gömbfelület érintkezése nem tökéletes (a felületekre ragadt porszemcsék miatt), a legegyszerűbb lineáris összefüggést korrigálni kell egy konstans additív taggal.($kons$) A (8) összefüggés levezetése szerepel a jegyzetben [1], ezért erre most nem szükséges kitérni. A gyűrűk sugarát OKM-mel mértem. Mivel a gyűrűk középpontja nem jól definiált, ezért a sugarak helyett az átmérőjüket mértem: Az OKM szálkeresztjének tengelyeit a mérendő kör érintőinek állítottam be. Mivel a szálkereszt szögfelező irányban mozog, ez a beállítás biztosítja, hogy a mérés során a szálkereszt metszéspontja keresztülmenjen a kör középpontján. Így a kör két átellenes pontja között mért elmozdulás a kör átmérője lesz. Ne feledkezzünk meg azonban arról sem, hogy az OKM-mel nagyított köröket mérünk, ezért a kapott értéket osztani kell az objetív nagyításával. Ez természetesen hozzájárul majd a görbület hibájának növekedéséhez is. Az alábbi táblázat a mért szélsőséges pontokat és a belőlük kiszámolt valódi sugarakat mutatja:

k (sorszám)	x_{bal} /mm	x_{jobb} /mm	r_k /10^{-2} mm
1	4.10	5.16	1.98
2	3.71	5.54	5.91
3	3.46	5.81	9.74
4	3.25	6.01	13.43
5	3.06	6.19	17.28
6	2.90	6.365	21.17
7	2.73	6.53	25.47
8	2.60	6.65	28.93
9	2.48	6.78	32.61
10	2.35	6.92	36.83

Az illesztés meredekségének a hibája a legkisebb négyzetek módszeréből származó statisztikus hibának és a valódi sugár számolása közben használt nagyítás szisztematikus hibájának az összege lesz. Ekkor a meredekség:

$$m = (386 \pm 8) \cdot 10^{-4}\ mm^2 \tag{9}$$

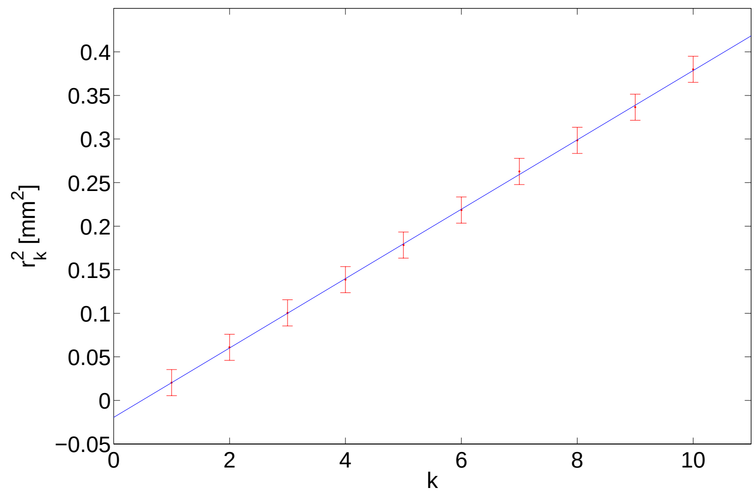
Ebből már nagyon könnyen meghatározhatjuk a görbületi sugár mért értékét:

$$\boxed{R = (6.5 \pm 0.1)\ cm} \tag{10}$$

5.2. Homorú lencse görbületi sugarának mérése

A mérési elrendezés az előzőhöz teljesen hasonló. A különbség csak az hogy, a sík üveglemez helyett egy homorú, ismeretlen görbületű lencsét helyeztem a már megmért domború lencsére. Ez a rendszer az előzővel ,,lényegében,, teljesen

2. ábra. : Az „$r_k^2 = k\lambda R + kons$„ lineáris függvény illesztése. Az egyenes meredeksége λ-szorosa a görbületi sugárnak.



megegyezik, csak az egyenletek úgy viselkednek, mintha egy

$$R_{eff} = \left(\frac{1}{R_{domb}} - \frac{1}{R_{hom}}\right)^{-1} \tag{11}$$

görbületi sugarú domború lencsére helyeztem volna a sík üveglemezünket. A számolások megintcsak szerepelnek a jegyzetben [1], ezért az állítást nem bizonyítjuk. Megmérjük tehát az effektív görbületi sugarat, majd könnyen kiszámolhatjuk a homorú lencse görbületi sugarát a hibájával együtt. Az alábbi táblázat mutatja mért adatokat:

k (sorszám)	x_{bal} /mm	x_{jobb} /mm	r_k /10^{-2} mm
1	3.50	5.05	4.24
2	3.10	5.46	9.82
3	2.79	5.71	15.04
4	2.55	6.01	21.11
5	2.335	6.21	26.48
6	2.14	6.42	32.31
7	1.96	6.60	37.97
8	1.80	6.76	43.39
9	1.63	6.985	50.57
10	1.49	7.08	55.11

Mindebből az előzőekhez analóg számolások alapján a lencserendszer effektív görbületi sugara:

$$R_{eff} = (9.7 \pm 0.3)\ cm \tag{12}$$

Tehát a (11) összefüggés szerint a vizsgált homorú lencse görbületi sugara:

$$\boxed{R_{hom} = (20 \pm 2)\ cm} \tag{13}$$

A 10%-os hiba a (11) összefüggés használatakor gyülemlett kicsit össze.

6. Folyadék törésmutatójának mérése

Különböző koncentrációjú K-Cl oldatok törésmutatóját mértem Abbe-féle refraktométerrel. Az eszköz a teljes visszaverődés elvén működik. Skáláján közvetlenül a törésmutató olvasható le. A prizmák közé pipettával desztilált vizet és különböző koncentrációjú oldatokat cseppentettem. Ügyeltem, hogy folyadékcserekor a prizmák szárazak legyenek. A skálán az alábbi törésmutatókat olvastam le:

k (sorszám)	n	c [$g/100\ cm^3$]
víz	1.333	-
1	1.332	1.50
2	1.336	3.24
3	1.340	5.49
4	1.342	7.22
5	1.346	9.45

Az illesztett egyenes egyenlete:

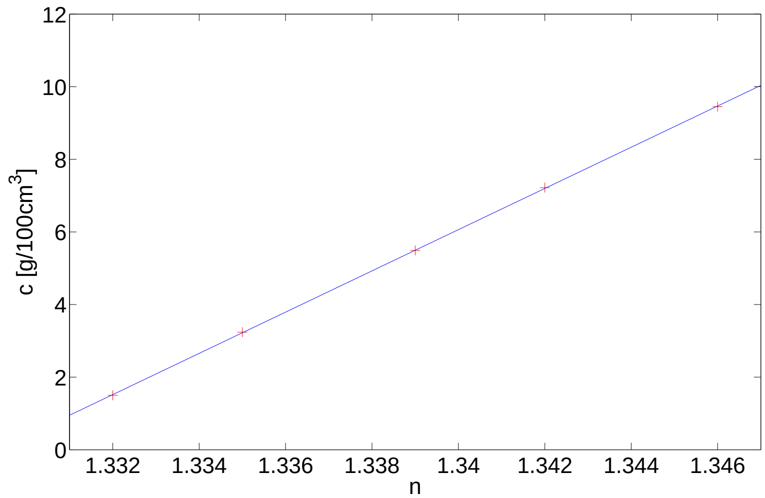
$$c(n) = (567.8n - 754.8)\frac{g}{100\ cm^3} \tag{14}$$

Az ismeretlen folyadék törésmutatója $n = 1.3405$, így a koncentrációja:

$$c_{ism} = (6 \pm 17)\frac{g}{100\ cm^3} \tag{15}$$

A mérés hibája a lineáris egyenletbeli kivonásnak köszönhető. Természetesen ilyenkor a hiba nem veendő komolyan.

3. ábra. : A koncentráció a törésmutató függvényében.



Hivatkozások

[1] Havancsák Károly: *Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban* (187-205. oldal)