Mérési jegyzőkönyv:

Fajhő mérése

(hétfői csoport)

Rakyta Péter

2006. április 24.

1. Bevezetés

Ebben a mérési feladatban egy minta fajhőjét kellett kimérnem, egy isopribol kaloriméterert használva, ejtéses és ráfűtéses módszerrel egyaránt. A mérés során a kaloriméter hőmérsékletét mértem a számítógép segítségével, és ebből - az elméleti összefüggések jelentős támogatásával - határoztam meg a minta fajhőjét. Módszerünk az elméleti görbék minél pontosabb illesztése volt, amelyet a $FAJHO3$ program megtesz nekünk. A mérés kiértékelésekor összehasonlítottam mérési eredményeimet az elméleti összefüggésekkel, a fajhőt a kaloriméterek elméletének képleteiből állapítottam meg. A mérés elvét, módszerét és a mérési összeállítást az [1] tankönyv ismerteti, a jegyzőkönyvben a mérési feladatok végrehajtását és kiértékelését fogom csak részletezni. A mérés során a **3**-as minta fajhőjét kellett meghatároznom. A mérést az $R = 7,07 \pm 0,01\ \Omega$ fűtőellenállású kaloriméterrel felszerelt (belső) mérőhelyen végeztem. A gyors visszahűtést a hidegvíz és a nagy hőkapacitású hőkulccsal oldottam meg.

2. A vízérték meghatározása

Az illesztés paraméterei és a mérés más adatai:

A fűtő feszültség:	$U = (1777 \pm 3)\ mV$
A fűtési idő:	$t = 126.22\ s$
A kezdeti hőmérséklet:	$T_k = (12.039 \pm 0.006)\ ^oC$
A lecsengési paraméter:	$\varepsilon_0 = 0.0829501\ \frac{1}{perc}$
A korrigált hőmérséklet:	$T^* = (14.602 \pm 0.002)\ ^oC$

A programunk által kirajzolt görbe a jegyzőkönyv végén csatolva, *2.ábra* címke alatt tekinthető meg. A feszültség hibáját a tápegység kijelzőjének ugrálásából becsültem meg. A környezeti hőmérséklet hibájára közvetlenül nem tudok következni a grafikonból, láthatóan az illesztés eredményéül adódó érték jól illeszkedő függvényekkel szolgált. A kezdeti és a korrigált hőmérséklet hibájára a grafikon részletes kinagyításával az illesztett és a mért görbe eltéréséből tudtam becslést adni. A vízérték az előbbi adatok ismeretében már könnyen meghatározható. Használjuk a következő képleteket:

$$\nu = \frac{Q}{T^* - T_k} = \frac{\frac{U^2}{R} \cdot t}{T^* - T_k} \tag{1}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta T_k + \Delta T^*}{T^* - T_k} \tag{2}$$

Ezekből $\boxed{\nu = (22.0 \pm 0.2)\ \frac{J}{K}}$ adódott.

3. A fajhő mérése ejtéses módszerrel (3-as minta)

Az illesztés paraméterei és a mérés más adatai:

A minta hőmérséklete a beejtéskor:	$T_{m0} = (36.25 \pm 0.01)\ ^oC$
A kezdeeti hőmérséklet:	$T_k = (11.666 \pm 0.005)\ ^oC$
A lecsengési paraméter:	$\varepsilon = 0.066057\ \frac{1}{perc}$
A korrigált hőmérséklet:	$T^* = (16.945 \pm 0.002)\ ^oC$
A másik paraméter:	$\varepsilon' = 2.6458\ \frac{1}{perc}$
A minta tömege:	$m = 15.6631\ g$

A programunk által kirajzolt görbe a jegyzőkönyv végén csatolva, *2.ábra* címke alatt tekinthető meg. A hibákat ugyanazzal a technikával állapítottam meg, mint az előző alfejezetben. A minta tömegének a hibájától a számolások során eltekintünk. A fajhő az előbbi adatok ismeretében már könnyen meghatározható. Használjuk a következő képleteket:

$$c = \frac{\nu}{m}\frac{T^* - T_k}{T_{m0} - T_m^*} \tag{3}$$

ahol: $$T_m^* = T_k + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' - \varepsilon_0}(T^* - T_k) \tag{4}$$

és: $$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta\nu}{\nu} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta(T^* - T_k)}{T^* - T_k} + \frac{\Delta(T_{m0} - T_m^*)}{T_{m0} - T_m^*} \tag{5}$$

Ezekből $\boxed{c = (387 \pm 4)\ \frac{J}{kg\ K}}$ adódik.

4. A fajhő mérése ráfűtéses módszerrel

Az illesztés paraméterei és a mérés más adatai:

A fűtő feszültség:	$U = (783 \pm 3)\ mV$
A fűtési idő:	$t = 163.29\ s$
A kezdeti hőmérséklet:	$T_k = (11.905 \pm 0.005)\ ^oC$
A lecsengési paraméter:	$\varepsilon = 0.073803\ \frac{1}{perc}$
A korrigált hőmérséklet:	$T^* = (14.4916 \pm 0.002)\ ^oC$
A minta tömege:	$m = 15.6631\ g$

A programunk által kirajzolt görbe a jegyzőkönyv végén csatolva, *2.ábra* címke alatt tekinthető meg. A hibákat ugyanazzal a technikával állapítottam meg, mint az előző alfejezetekben. A fajhő az előbbi adatok ismeretében visznylag könnyen meghatározható. Használjuk a következő képleteket:

$$c = \frac{1}{m}\frac{Q - \nu(T^* - T_k)}{T^*_m - T_k} \tag{6}$$

$$\text{ahol:} \quad T^*_m = T_k + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' - \varepsilon_0}(T^* - T_k) \tag{7}$$

$$\text{és:} \quad \frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta(T^*_m - T_k)}{T^*_m - T_k} + \frac{\Delta\Big(Q - \nu(T^* - T_k)\Big)}{Q - \nu(T^* - T_k)} \tag{8}$$

Nézzük mi adódik a jegyzetben [1] javasolt módszerekkel a fajhőre:

- Először az előző mérésből vesszük ε' értékét. Ebből $\boxed{c = (396 \pm 9)\ \frac{J}{kg\ K}}$ adódik.
- Másodszor azt a közelítést tesszük, hogy $T^*_m = T^*$, ami megfelel az $\varepsilon' \to \infty$ határértéknek képleteinkben. Ebből $\boxed{c = (408 \pm 8)\ \frac{J}{kg\ K}}$ adódik.

Láthatjuk, hogy a kétfajta mérés (és háromfajta kiértékelés) nagyjából hasonló eredményt ad. A legutolsó számolásokban meghatározott fajhő nem esik az előző kettő közvetlen közelébe, de ez érthető is, hiszen eközben tettük a legdurvább elvi becslést. Bár a mérési hiba végig alacsony marad, ezt is főleg a mérés kiértékelése során végrehajtott kivonások generálják, amelyek - jól ismerten - képesek a hibát nagyon megnövelni.

5. A hőátadási tényezők meghatározása

További mérések segítségével meg tudtam állapítani a csillapodási tényezők hozzávetőleges hibáját. (ε_0 és ε') Ezek a többlet mérések többnyire a „rosszak” voltak, első próbálkozásaim. Arra azonban megfeleltek, hogy összevessem az egyes esetekben kiszámolt csillaposási tényezőket. Azt tapasztaltam, hogy ezek csak a harmadik értékes jegyben különböztek, hibájukat $\Delta\varepsilon_0 = 3\ 10^{-4}\,\mathrm{min}^{-1}$ és $\Delta\varepsilon' = 0.04\,\mathrm{min}^{-1}$ -re becsülöm. Most már két adat birtokában meghatározhatóak a hőátadási tényezők (h és k) és a hibaszámítást is el tudjuk végezni:

$$h = \varepsilon_0 \nu \qquad \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta\varepsilon_0}{\varepsilon_0} + \frac{\Delta\nu}{\nu} \tag{9}$$

Ebből:

$$\boxed{h = (3.04 \pm 0.04)\ 10^{-2}\frac{J}{sK}} \tag{10}$$

Analóg módon:

$$k = \frac{\varepsilon\varepsilon' w}{\varepsilon_0} \qquad \boxed{k = (0.238 \pm 0.8)\ \frac{J}{sK}} \tag{11}$$

6. A fajhő megbecslése az ekvipartíciós tétel segítségével

Statisztikai megfontolások szerint az anyagban átlagosan $\frac{1}{2}kT$ energia jut minden atomra szabadsági fokonként. Fémek atomrácsaiban a potenciális energia és a rezgések kinetikus energiája nagyjából ugyanakkora nagyságrendű, főleg ha még ráfűtünk is. Ez összesen 6 szabadsági fokot jelent, vagyis egy atomra átlagosan $E_0 = 3kT$ energia jut. Feltételezéseim szerint a labórban rézmintát mértem, melynek az atomsúlya táblázatokból kikeresve: $M_A = 63.546$ .A számolásokhoz szükségünk lesz még az atomi tömegegység értékére: $m_U = 1.66043\ 10^{-27} kg$. Ekkor az M tömegű, N atomból álló mintám teljes belső energiáját az alábbi formula adja meg:

$$E = N \cdot 3kT = \frac{M}{M_A m_U} 3kT \tag{12}$$

A hőkapacitást a $w = \frac{dE}{dT}$ differenciálhányados adja. A tömegegységre vonatkoztatott fajhő így nagyon könnyen adódik:

$$c = \frac{3k}{M_A m_U} \qquad \boxed{c = 392\frac{J}{kgK}} \tag{13}$$

Azthiszem a kapott érték nagyon jól megegyezik a mért értékkel.

7. Összefoglalás

A mérés során megmértem a kaloriméter és a minta összes fontos jellemzőjét, egyes adatokat több különböző méréssel, amelyek mind mérési hibán belüli eltérést produkáltak. A mérés során a mérési hibát végig sikerült alacsonyan tartani, a kiértékelés komplex folyamatát számítógép segítette. Külön élményt nyújtott, hogy a fajhő mért értéke nagyon jó egyezést mutatott az elméleti jóslattal.

Hivatkozások

[1] Havancsák Károly: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban

[2] Négyjegyű függvénytáblázatok