

*Mérési jegyzőkönyv:*

# Fényelhajlási jelenségek vizsgálata

(hétfői csoport)

Rakya Péter

2006. március 6.

# 1. Bevezetés

A mérés során megvizsgáljuk az egyrés, kétrés Fraunhofer és az egyenes él Fresnel elhajlási képét. Rendelkezésemre egy léptetőmotorral hajtott intenzitásleolvasó, egy jó minőségű lézer ( $\lambda = (632.8 \pm 0.1)nm$ ) és egy optikai pad állt. Az egyszerű rés és a kétrés elhajlási képeinek vizsgálatokor a rés-detektor távolságot egyaránt  $L = 2670 mm$ -re állítottam be. Ezt a távolságot nagyjából  $2 mm$  pontosságúnak tekintem (0.08%) a berendezés építőelemeinek véges méretei miatt. Az elméleti számolások és a részletes kísérleti leírás szerepel a jegyzetben[1], ezért erre külön nem térek ki, ha csak nem szükséges.

## 2. Fraunhofer-féle elhajlás résen<sup>1</sup>

Keskeny résen áthaladó, párhuzamos és a rés síkjára merőleges fénynyaláb egy része eltérül az eredeti iránytól, fényelhajlás lép fel. Az intenzitás  $I(\alpha)$  eloszlását a szög függvényében az

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \varepsilon}{\varepsilon^2} \quad , \text{ ahol: } \varepsilon = \pi \frac{a}{\lambda} \sin \alpha \quad (1)$$

egyenlet adja, ahol  $\alpha$  az eltérülés szöge,  $I_0$  az  $\alpha = 0$  szögnél mérhető főmaximum intenzitása,  $a$  a rés szélessége,  $\lambda$  a fény hullámhossza. A mérési eredményeket az 1. ábra mutatja.

Az (1) összefüggés alapján az intenzitás minimum helyeit a következő egyenlet szabja meg:

$$\sin \alpha_n = n \frac{\lambda}{a} \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (2)$$

Ha kis szögekre korlátozzuk magunkat, akkor a nehezen mérhető  $\alpha$  szög helyett mérhetjük a vele ekvivalens  $x \approx \alpha L$  távolságot is az ernyőn. Ekkor az előző feltétel:

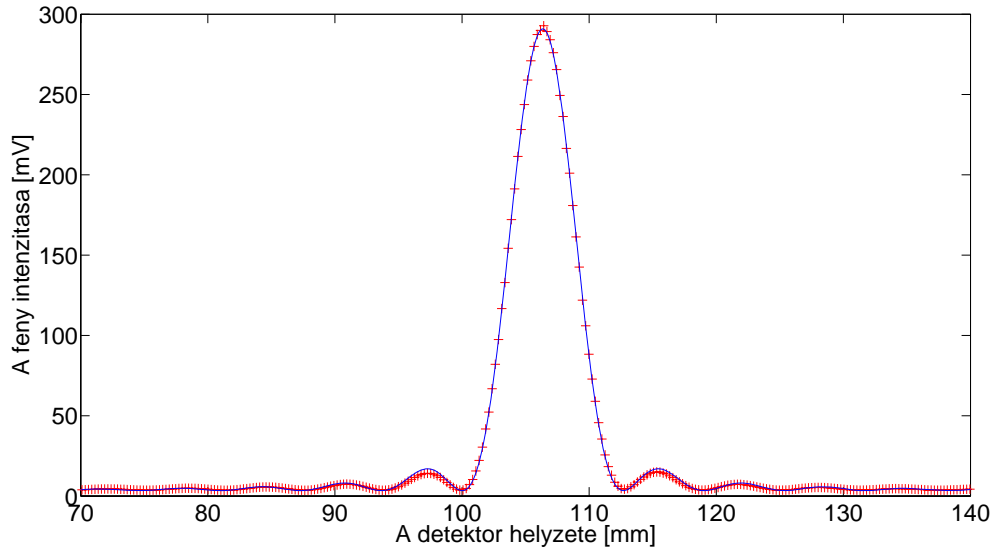
$$x_n = n \frac{\lambda L}{a} \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (3)$$

Ha megmérjük és ábrázoljuk az  $n \rightarrow x_n$  lineáris függvényt, az illesztett egyenes megadja a rés vastagságát. Az ábráról leolvasott minimumok helyét az alábbi táblázat mutatja:

---

<sup>1</sup>A „B” jelű rést mértem

1. ábra. A rés Fraunhofer-féle elhajlásának intenzitáseloszlása. A mérési pontokat a kereszttek mutatják. A pontokra az (1) összefüggés alapján görbe illeszthető. (Persze figyelembe vesszük az elkerülhetetlen háttérzajt is, ami egy konstans additív tagban jelenik meg az illesztésnél.) Ennek eredményét mutatja a folytonos vonal.



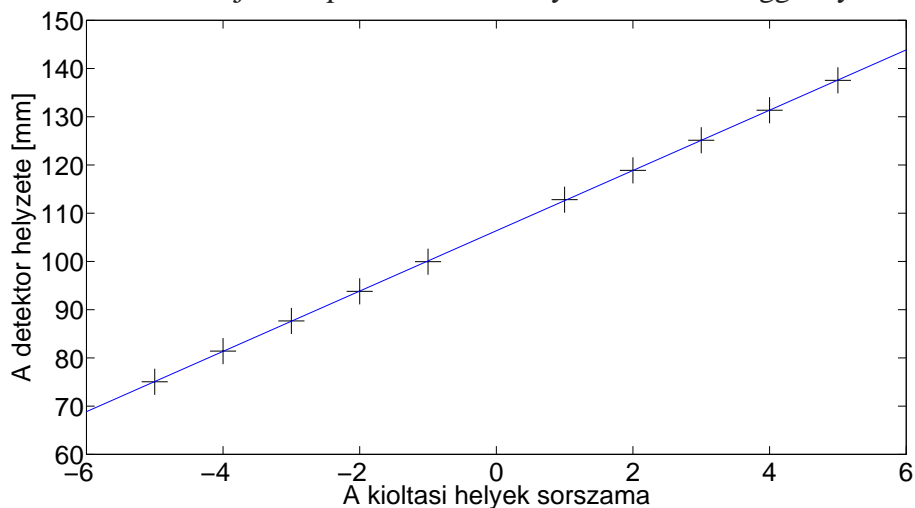
<b>Rés elhajlási képének kioltási helyei</b>	
sorszám n	a detektor helyzete [mm]
-5	75.044
-4	81.416
-3	87.668
-2	93.810
-1	99.952
1	112.814
2	118.890
3	125.131
4	131.357
5	137.558

Az adathalmazra az elmondottak szerint egyenest illesztettem. Az illesztést a 4. ábra mutatja.

Az illesztés során az egyenes meredeksége  $m = (6.25 \pm 0.02)mm$ -nek adódott. A (3) összefüggés alapján a rés vastagsága:

$$a = (0.270 \pm 0.001)mm \quad (4)$$

2. ábra. A rés elhajlási képének kioltási helyei a sorszám függvényében.



A résvastagság hibája, a fényhullámhossz, az  $L$  távolság és a meredekség relatív hibájának az összegeként adódik. Az 1. ábrán látható illesztésben a résvastagság  $a \approx 0.2659 \text{ mm}$ -nek adódott, ami az előző értékkel nagyon jó összhangban van.

### 3. Kétős rés<sup>2</sup>

Kétős rés esetén a feladat az előzőekhez hasonló volt: Megmértem a kettős rés vastagságát és a rések távolságát, majd az adatok felhasználásával összevettem az elméleti görbét a mért intenzitás eloszlásával. A mérési eredményeket a 3. ábra mutatja. Az elméletben várt intenzitáseloszlás az alábbi módon módosul:

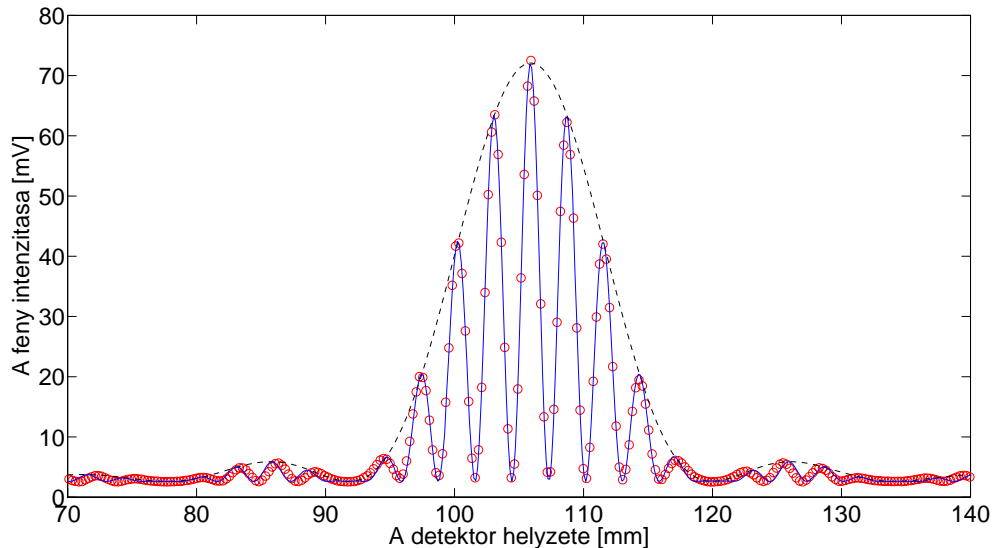
$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\pi \frac{a}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\left(\pi \frac{a}{\lambda} \sin \alpha\right)^2} \cos^2\left(\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha\right) \quad (5)$$

Az elsőrendű minimumok helyét a már felhasznált (3) egyenlet adja meg. Ebből számoljuk ki a rések vastagságát. Az adatokat az alábbi táblázat mutatja:

---

<sup>2</sup>Az „A” jelű kettős rést mértem

3. ábra. A kettős rés Fraunhofer-féle elhajlásának intenzitáseloszlása. A mérési pontokat a körök mutatják. A pontokra az (5) összefüggés alapján görbe illeszthető, valamint az (1) egyenlet segítségével egy burkológörbe is, melyet akkor mérnénk, ha a rések nem interferálnának egymással. (Persze figyelembe vesszük az elkerülhetetlen háttérzajt is, ami egy konstans additív tagban jelenik meg az illesztésnél.) Ennek eredményét mutatja a folytonos vonal.



Kettős rés elhajlási képének elsőrendű kioltási helyei	
sorszám k	a detektor helyzete [mm]
-3	63.761
-2	77.886
-1	91.893
1	120.235
2	134.360
3	148.014

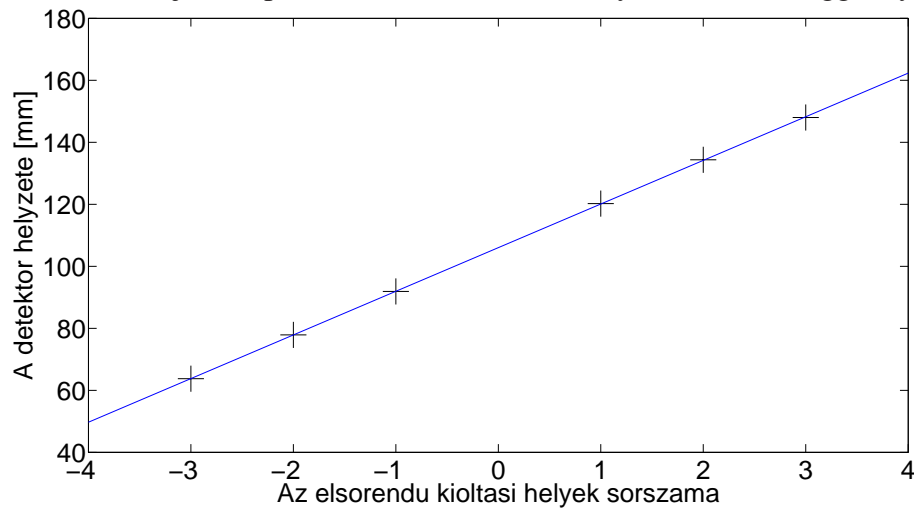
Az adathalmazra az elmondottak szerint egyenest illesztettem. Az illesztést a ?? ábra mutatja.

Az illesztés során az egyenes meredeksége  $m = (14.07 \pm 0.08) \text{ mm}$ -nek adódott. A (3) összefüggés alapján a kettős rés réseinek vastagsága:

$$a = (0.1201 \pm 0.0008) \text{ mm} \quad (6)$$

A résvastagság hibája, a fényhullámhossz, az  $L$  távolság és a meredekség relatív hibájának az összegeként adódik. A 3. ábrán látható illesztésben a résvastagság

4. ábra. A rés elhajlási képének elsőrendű kioltási helyei a sorszám függvényében.



$a = 0.1188 \text{ mm}$  -nek adódott, ami az előző értékkel nagyon jó összhangban van.

Ha a rések távolságát is ki szeretnénk számolni, ismernünk kell a másodrendű minimumok helyét. Ezeket az

$$x_k = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d} \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

összefüggés szabja meg. Hasonló egyenesillesztéses módszerrel ebből meghatározható a rések  $d$  távolsága is. A mért adatokat az alábbi táblázat mutatja:

<b>Kettős rés elhajlási képének másodrendű kioltási helyei</b>	
„sorszám” $[2k + 1]$	a detektor helye [mm]
-7	95.844
-5	98.853
-3	101.573
-1	104.524
1	107.359
3	110.310
5	113.088
7	116.039

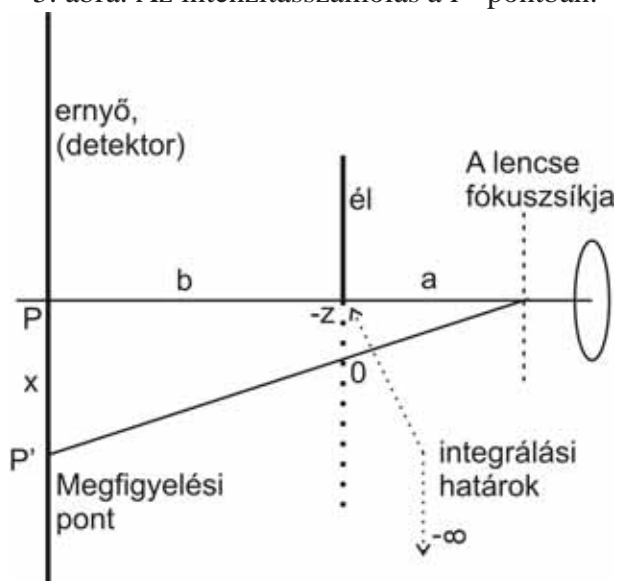
Az illesztés során az egyenes meredeksége  $m = (2.88 \pm 0.02) \text{ mm}$  -nek adódott. A (7) összefüggés alapján a kettős rés réseinek távolsága:

$$d = (0.587 \pm 0.005) \text{ mm} \quad (8)$$

A réstávolság hibája, a fényhullámhossz, az  $L$  távolság és a meredekség relatív hibájának az összegeként adódik. A 3. ábrán látható illesztésben a rések távolsága  $d = 0.5905 \text{ mm}$ -nek adódott, ami az előző értékkel nagyon jó összhangban van.

## 4. Fresnel elhajlás egyenes élen

5. ábra. Az intenzitás számolás a  $P'$  pontban.



Matematikailag ez a feladatrész a legigényesebb. Ebben a mérési elrendezésben nem párhuzamosított sugárnyalábbal dolgozunk. Ezért elengedhetetlen a Huygens-Fresnel-elv szerint a hullámfrontot gömbhullámok szuperpozíciójaként felfogni. Az ernyőn kialakuló intenzitáseloszlás nem írható le egyszerű analitikus formulával, csak integrálos alakban adható meg. Ideális esetben az ernyő  $P'$  pontjában az alábbi formula adja meg a térerősséget:

$$A(P') = A_{ab} \left( \int_{-w}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) dv + i \int_{-w}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) dv \right) \quad (9)$$

Ahol az általános  $v$  változó:

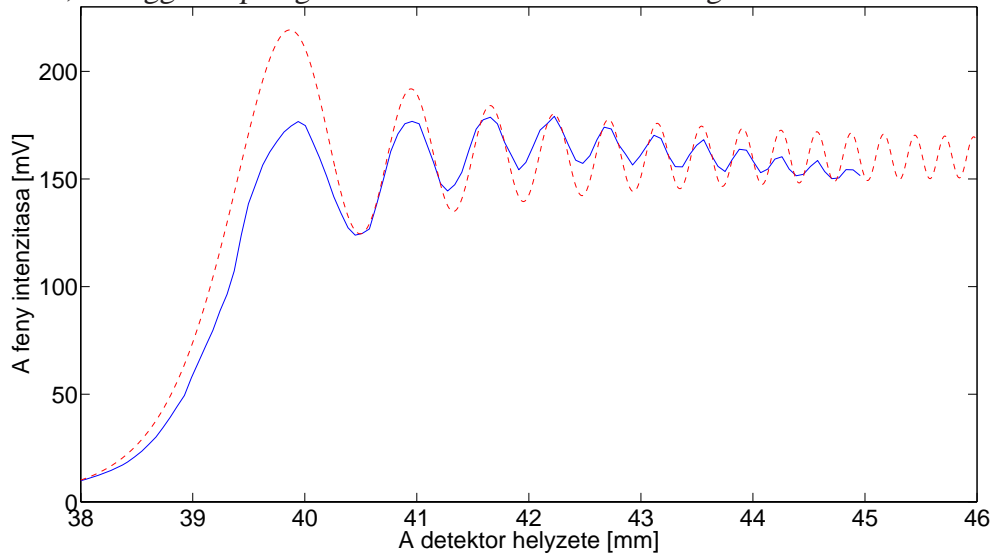
$$v = z \sqrt{\frac{2(a+b)}{\lambda ab}} \quad (10)$$

A  $z$  változót nem az ernyőn, hanem az él síkjában mérjük, ahogy azt az 5. ábra mutatja. Ez szerint az ernyőn mért  $x$  távolság:

$$x = \frac{a+b}{a}z \quad (11)$$

Az összefüggésekben:  $a \approx 1.01 \text{ m}$   $b \approx 1.28 \text{ m}$

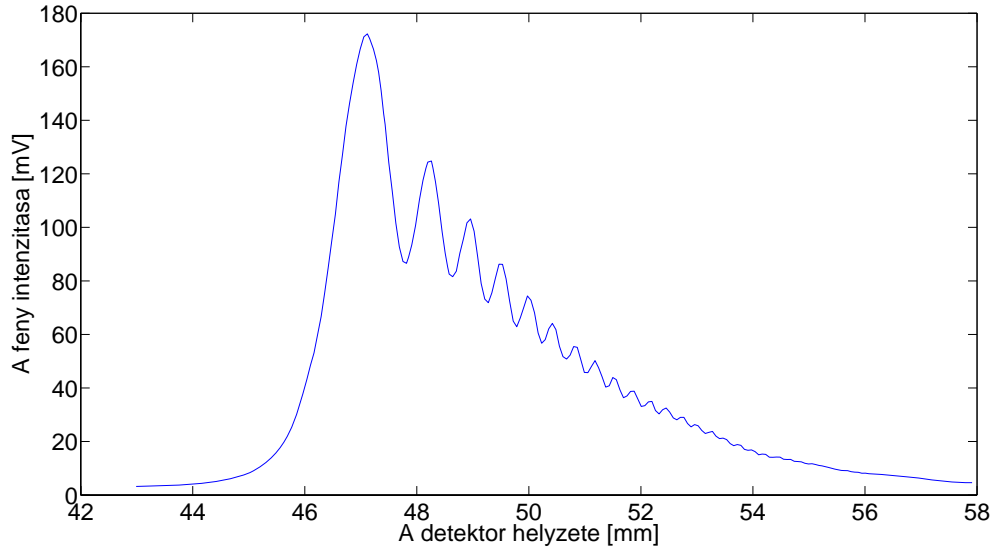
6. ábra. Fresnel-féle elhajlás egyenes élen. A folytonos görbe mutatja a mért görbét, a szaggatott pedig az elméleti számolásoknak megfelelőt.



Az intenzitás a térerősség abszolút értékének négyzete, vagyis:  $I(P') = |A(P')|^2$ . A mérésben megpróbálkoztam ugyanazzal, mint az előző esetekben: Megpróbáltam összevetni az elméletet a tapasztalattal. Maga a mérés sem volt egyszerű. Nehezen lehetett beállítani az élként használt pengét, meg a többi alkatrészt, hogy bármi érdemlegeset tudjunk mérni a detektorral. (Egy köztes próbálkozás, melyen már kezdett látszani az elmélet, a 7. ábrán látható.) Az eredményt a 6. ábra mutatja. A folytonos görbe jelöli a mért görbét, a szaggatott pedig az elméleti számolásoknak megfelelőt. A görbék periodicitásának egybeesése szembetűnő. Eltérést az amplitúdókban látunk. Ez annak tudható be, hogy a fénynyaláb, mellyel megvilágítottam a pengét, nem volt homogén intenzitáseloszlású, ezért a feljebb vázolt összefüggésekben az integrálok előtti konstansnak tekintett amplitúdó használata nem volt jogos ebben az esetben. Az integrálok felső határának „végtelensége” nem nagy bűn, hi-



7. ábra. Fresnel-féle elhajlás egyenes élen. „Egy köztes próbálkozás.” A lecsüngő tendenciát az okozta, hogy a megvilágító fénynyaláb nem volt homogén intenzitáseloszlású, és nem volt akkora kiterjedésű sem, hogy a nyitva hagyott féletteret teljesen kitöltse.



szen, ahogy a jegyzet[1] is írja, a nagy utat megtevő komponenseknek már nics számottevő befolyása.

## Hivatkozások

- [1] Havancsák Károly: *Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban* (243-271. oldal)