Mérési jegyzőkönyv:

Fényhullámhossz és diszperzió mérése

(hétfői csoport)

Rakyta Péter

2006. február 27.

1. Bevezetés

A mérés feladata egy rács segítségével feltérképezni egy Hg-Cd lámpa spektrumát, valamint megmérni egy prizma törésmutatójának hullámhossz függését. Egyszerű rács esetén az ismert

$$\lambda = \frac{d}{k} \sin\alpha \tag{1}$$

képletet használtam a hullámhossz számolására, ahol α a λ hullámhosszú fény k. erősítési szöge, d pedig a rácsállandó. A hullámhosszak mérése így elég egyszerű volt.
A mérés második részében egy prizma törésmutatóját mértem, illetve annak diszperzióját. A mérésben a jegyzetben [1] leírtakat követtem, melyek szerint a törésmutatót az alábbi összefüggéssel számolhatjuk ki:

$$n = \frac{\sin\frac{\varphi+\epsilon_{min}}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} \tag{2}$$

, ha megmértük a prizma φ törőszögét és az ϵ_{min} minimális eltérítés szögét.
Ha releváns eredményeket várunk a méréstől, megfelelő pontosságú (és jól beállított) eszközökre van szükségünk, hiszen a mérés eléggé tagolt; a hibák erősítik egymást.
Egy SGo 1.1 típusú goniométert használtam. A goniométer három fő részből áll: kollimátorból, diffraktáló elemekből és távcsőből. A berendezés részletes leírása szerepel a jegyzetben [1] , ezért most csak egy-egy mondatban ismertetem az egyes építőelemek szerepét:

- *kollimátor*: Lényegében párhuzamos nyaláb előállítására alkalmas
- *diffraktáló elemek*: Különböző szögekben szórják a különböző hullámhosszú „komponenseket”.
- *távcső*: A szórt nyalábok szóródási szögének mérésére alkalmas.

Mint említettem, a mérési berendezést először megfelelően be kell állítani, hogy pontosságát maradéktalanul kihasználhassuk.

2. A goniométer beállítása

Mielőtt nekifognánk a mérésnek, be kell állítanunk a tárgyasztal síkját, a kollimátor és a távcső optikai tengelyeit, valamint a mérőskála origóját is.

2.1. A tárgyasztal beállítása

A távcső kivetít egy szálkeresztet, melyet visszavertem egy a tárgyasztalra helyezett üveglappal. Ennek képét megkeresve a távcsőbe épített skála segítségével leolvastam a fonálkereszt magasságát. Ugyanezt megismételtem miután 180^0-kal elfordítottam a tárgyasztalt. A tárgyasztalt a két leolvasott érték számtani közepére állítottam be, ezzel biztosítva a merőlegességet a távcső optikai tengelyére. Azonban ennyi még nem elég. El kell forgatni a tárgyasztalt 90^0-kal és ugyanezt az eljárást megismételni.

2.2. A kollimátor és a távcső tengelyeinek beállítása

A kollimátorcső végén elhelyezett rés képét a távcső fonálkeresztjének függőleges száljára állítottam. Ezzel megtörtént a távcső és a kollimátor tengelyeinek az illesztése.

2.3. A mérőskála kezdőértékének beállítása

A mérőskála tulajdonképpen egy szögskála, melyről közvetlenül leolvashatjuk a szórt fénynyaláb szögét, ha jól állítjuk be az origóját. Ez azt jelenti, hogy célszerű a skála 0^0-os pozícióját a rács elhajlási képének a 0. rendjéhez állítani.

3. Fényhullámhossz mérése rács segítségével

Most már végre elkezdhetjük a mérést. Egy $d = 15000\ vonal/inch$ [1] rácsállandójú rács állt a rendelkezésemre. A rácsot természetesen a kollimátorból érkező nyalábra merőlegesen kellett beállítanom. A beállítást a jegyzetben [1] leírtak alapján az alábbi számolással lehet elvégezni:
A maximális erősítés feltétele α_0 szögű beesés mellett:

$$k\lambda = d\sin\alpha + d\sin\alpha_0$$
$$k\lambda = 2d\sin\frac{\alpha+\alpha_0}{2}\cos\frac{\alpha-\alpha_0}{2}$$

Egy kiszemelt vonalra $k\lambda$ konstans és a koszinuszos tag $\alpha = \alpha_0$ esetén maximális, így a szinuszos tagnak itt minimálisnak kell lennie, és mivel a $0^0 - 90^0$ tartományban vagyunk, ezért itt $\alpha + \alpha_0$-nak is mimimuma van. A minimumhoz

[1] $d = 15000\ vonal/inch = 5.9055 \cdot 10^5\ vonal/m$

tartozó szögértéket a mintatartó forgatásával mindkét oldalon kimértem. A rács beállítása a szögek számtani közepére, biztosítja annak merőlegességét a fénynyalábra. A lámpa spektrumvonalaihoz tartozó diffrakciós szöget szintén mindkét oldalon mértem. (Ezzel némileg kiejtik egymást a nem tökéletes beállításból származó hibák.) Az 1. rendben csak a vöröset, a 2. rendben 9 vonalat, a 3. rendben pedig az első látható ibolyát mértem. A mért értékek és a belőlük számított hullámhosszak az alábbi táblázatban szerepelnek. (A számolás az (1) összefüggés szerint történik, $k = 1, 2, 3$ behelyettesítéssel.)

1. rend	Jobb	Bal	α	$\lambda\,/nm$
vörös	$337^0 38' 22''$	$22^0 23' 0''$	22.372^0	644.51 ± 0.04
2. rend	Jobb	Bal	α	$\lambda\,/nm$
ibolya1	-	$28^0 34' 14''$	28.571^0	404.91 ± 0.03
ibolya2	$328^0 58' 22''$	$30^0 59' 30''$	31.009^0	436.19 ± 0.03
kék	$326^0 25' 10''$	$33^0 32' 18''$	33.559^0	468.04 ± 0.03
zöldeskék	$325^0 17' 32''$	$34^0 40' 8''$	34.672^0	481.65 ± 0.03
zöld	$322^0 32' 36''$	$37^0 40' 2''$	37.562^0	516.14 ± 0.03
zöldessárga	$319^0 44' 56''$	$40^0 12' 37''$	40.231^0	546.84 ± 0.03
sárga1	$317^0 4' 12''$	$42^0 59' 38''$	42.962^0	577.02 ± 0.04
sárga2	$316^0 49' 38''$	$43^0 9' 4''$	43.162^0	579.17 ± 0.04
vörös	-	$49^0 35' 37''$	49.594^0	644.71 ± 0.04
3. rend	Jobb	Bal	α	$\lambda\,/nm$
ibolya1	$309^0 13' 38''$	$50^0 41' 16''$	50.730^0	436.98 ± 0.04

A mérés hibáját a következő számításokkal határoztam meg. (A rácsállandót nagy pontossággal ismerjük, k-nak pedig nincs hibája.)

$$\Delta\lambda = \frac{d}{k}\left|\frac{d}{d\alpha}\sin\alpha\right|\Delta\alpha = \frac{d}{k}\left|\cos\alpha\right|\Delta\alpha \tag{3}$$

Vagyis a hullámhossz relatív hibája:

$$\delta\lambda = \left|\cot\alpha\right|\Delta\alpha \tag{4}$$

$\Delta\alpha$-t úgy mértem meg, hogy egy adott spektrumvonalra többször is rákeresve leolvastam a diffrakciós szögértéket. Ennek szórása magába foglalja több hibaforrás hatását is. Átlagban $\Delta\alpha = 10''$ -t kaptam.

4. A rács felbontása

Egy rács felbontóképessége a jegyzet[1] szerint:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN \tag{5}$$

,ahol k a vizsgált rend sorszáma, N pedig a diffrakcióban résztvevő rések számát adja. Ha a rács nagyjából 4 cm vastagon volt megvilágítva, akkor $N = 23622$ adódik. Ekkor az 1.,2. és 3. rendekben a felbontás rendre: 23622, 47244 és 70866. Legjobban a 3. rend szórja a fényt. Itt a sárga tartományban legfeljebb $8 \cdot 10^{-12} m$ legkisebb hullámhosszkülönbségű sugarakat tudunk megkülönböztetni.

5. Prizma diszperziójának vizsgálata

5.1. A törőszög

Ha méréseket szeretnénk végezni a prizmával[2], először meg kell mérnünk a törőszögét. Ezt a jegyzetben [1] leírtak alapján úgy lehet megmérni, hogy a prizma törőélét szembeállítva a kollimátorral, mindkét oldalon megmérjük a törőlapokról visszaverődött fénysugár eltérését a beesőhöz képest. Egyszerű geometria bizonyítja, hogy ekkor a prizma törőszöge:

$$\varphi = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \tag{6}$$

,ahol α_1 és α_2 a mért eltérési szögek. Megmérve őket $\alpha_1 = 63^0 10' 0''$ és $\alpha_2 = 360^0 - (303^0 4' 10'')$ adódott.

Tehát a törőszög:

$$\boxed{\varphi = 60.05^0 \pm 0.05^0} \tag{7}$$

5.2. Minimális eltérési szög mérése

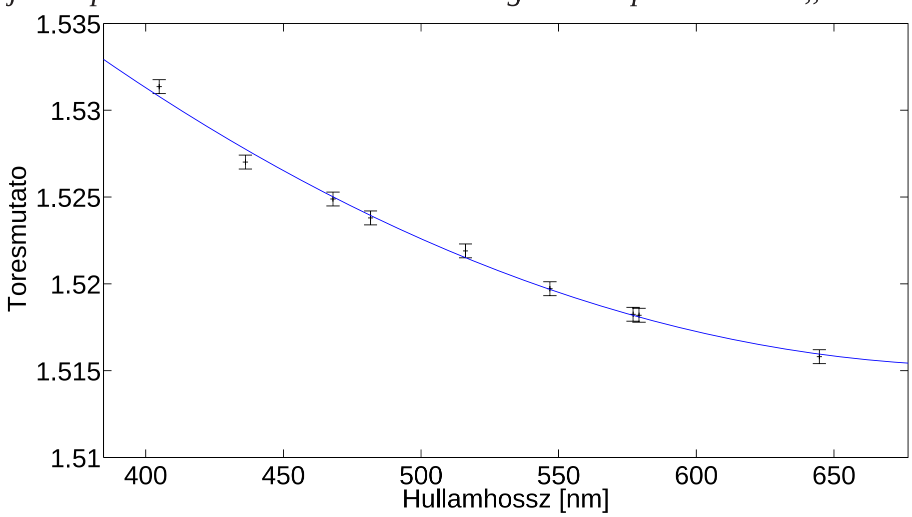
A prizma törőszögére rávazettem a kollimátor nyalábját. Sorra megkerestem a spektrumvonalakat, és mindegyikre meghatároztam a minimális eltérítés szögét. Megpróbáltam megkeresni azt a pillanatot, amikor az adott spektrumvonal látószögének stacionárius pontja van a prizma elfordulásának függvényében. Ehhez segítségemre volt a prizma törőszögével szemben fekvő oldalról visszavert fénysugár. Hiszen ha

[2] A 2-es számú prizmát használtam. Törőszögének a 2 ,,pöttyel" ellátott csúcsát választottam.

a prizma egyenlő szárú, akkor a spektrumvonalnak és a visszavert sugárnyalábnak egybe kell esnie. Márpedig a prizma alapja jó közelítéssel szabályos háromszög volt. A mért adatok az alábbi táblázat első oszlopában szerepelnek:

Szín	$360^0 - \epsilon_{min}$	n
vörös	$321^0 23' 24''$	1.5314
sárga1	$321^0 10' 48''$	1.5270
sárga2	$321^0 10' 30''$	1.5249
zöldessárga	$321^0 2' 42''$	1.5238
zöld	$320^0 51' 9''$	1.5219
zöldeskék	$320^0 41' 4''$	1.5197
kék	$320^0 35' 16''$	1.5182
ibolya2	$320^0 23' 56''$	1.5182
ibolya1	$320^0 0' 43''$	1.5158

1. ábra. *A diszperziós görbe. A mérési pontokat a hibával ellátott intervallumok mutatják. A pontokhoz illesztett másodrendű görbe csupán a szemet ,,vezeti''.*



5.3. A törésmutató hullámhossz függése

A minimális eltérítés szögéhez a (2) egyenlet egyértelműen hozzárendel egy törésmutatót. Továbbá mindegyik vizsgált nyalábnak van színe (vagy sorszáma), mely egyértelműen megadja a törésmutatóhoz tartozó hullámhosszat is. Már csak a törésmutatóra vonatkozó hibaszámítás hiányzik. Ezt az alábbi differenciális összefüggések szolgáltatják:

$$\Delta n = \left|\frac{\partial n}{\partial \varphi}\right| \Delta\varphi + \left|\frac{\partial n}{\partial \epsilon}\right| \Delta\epsilon \tag{8}$$

ahol:

$$\frac{\partial n}{\partial \varphi} = -\frac{1}{8}\frac{\sin(\varphi+\epsilon)\cos\frac{\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\varphi}{2}} \qquad \frac{\partial n}{\partial \epsilon} = \frac{1}{2}\frac{\cos\frac{\varphi+\epsilon}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} \tag{9}$$

ϵ hibája megegyezik α hibájával ($\Delta\epsilon = 10''$). A törésmutató hibájára így átlagban $\Delta n = 4 \cdot 10^{-4}$-t kaptam. Ezt nem tüntettem fel a táblázatban. A kapott diszperziós függést az 1. ábra mutatja.

Hivatkozások

[1] Havancsák Károly: *Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban* (217-242. oldal)